

Paed. Pr.

753.

ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

περὶ τοῦ

ΑΡΙΘΜΟΜΕΤΡΟΥ

ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΕΣΤΑΛΟΤΣΗΝ.

Paed. Jr.

753

Didaskalia



ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

ΠΡΟΣ ΤΟΝ

ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ

§

ΑΤΙΟΜΕΤΡΙΟΥ

ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΕΤΑΛΟΥΤΗΝ

ΑΝΑΚΑΤΙΣΤΟΥΣ ΤΗΝ ΠΡΟΕΦΕΡΕΙΝ ΚΑΙ ΑΝΙΣΤΕΙΝ

ΣΙΣ ΟΥΤΕΡΑ ΑΝΤΙΣΤΕΙΝΟΝ

ΜΕΤΑΦΡΑΖΟΜΕΝΑ ΕΚ ΤΟΥ ΑΓΓΛΙΚΟΥ

ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗΝ

ΝΟΜΟΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΕΝ ΜΕΛΙΤΗ,

1836.

ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

περὶ τοῦ

ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ

ἢ

ΑΡΙΘΜΟΜΕΤΡΟΥ

ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΕΣΤΑΛΟΤΣΗΣ,

ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΟΥΣΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΙΝ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΙΝ
ΔΙΑ ΘΡΑΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ.

ΜΕΤΑΦΡΑΣΘΕΙΣΑ ΕΚ ΤΟΥ ΑΓΓΛΗΚΟΥ

πρὸς χρῆσιν τῶν

ΝΙΠΙΑΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ.

ΕΝ ΜΕΛΙΤΗ,

1836.

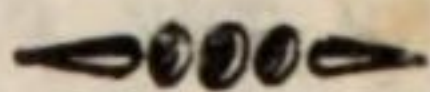
Bayerische
Staatsbibliothek
München

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΧΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΜΕΤΡΟΥ

ἢ τοῦ

ΠΙΝΑΚΟΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΔΙΩΝ.



ΜΙΑ ἀπὸ τὰς προκαταρκτικὰς γνώμας τῆ ΠΕΣ-
ΤΑΛΟΤΣΟΥ εἶναι τὸ νὰ διεγείρεται εἰς τὸν νοῦν
τοῦ παιδὸς διακεκριμένη ἰδέα περί τινος πράγματος,
πρὶν ἢ προσοχὴ τῆ διευθυνθῇ εἰς τὸ πραγματικὸν ση-
μεῖον, διὰ τοῦ ὁποῖο συνήθως ἡ ἰδέα αὕτη παρίσταται
τοιουτοτρόπως εἰς τὸν Συλλαβισμόν, αὐτὸ μαθαίνει
νὰ διαιρῇ ἀκριβῶς τοὺς διαφόρους ἤχους, ἀπὸ τοὺς
ὁποίους συνίστανται αἱ λέξεις, πρὶν διδαχθῇ τὰ
γράμματα, τὰ ὁποῖα παρασταίνουν τὰς λέξεις ταύ-
τας. Εἰς τὴν γραμματικὴν συλλαμβάνει ὀρθὴν ἰδέαν
περὶ τῆς χρήσεως καὶ φύσεως τῶν μερῶν τοῦ λόγου,
πρὶν διδαχθῇ νὰ προσαρμόζῃ εἰς καθέν τὸ ἀνήκον καὶ
συνειθισμένον ὄνομα καὶ εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν τὸ
παιδίον ἀποκτᾷ ἀρκετὴν γνῶσιν περὶ τῆς γενέσεως
καὶ σχέσεως τῶν ἀριθμῶν, πρὶν ὀδηγηθῇ νὰ διακρί-
νῃ τοὺς χαρακτῆρας οἱ ὁποῖοι φανερόντι τὰς ἀριθμὸς
τέττις. Ἐντεῦθεν γεννᾶται ἡ εὐθύτης, ἥτις χαρακ-
τηρίζει τὴν γνῶσιν τῶν διδασκομένων τοιουτοτρόπως.

Οἱ νόες τῶν τοιούτων ἀπέκτησαν θεμελιώδη γνῶσιν τοῦ ἀντικειμένου, καὶ ἐπομένως διὰ τοῦτο δύνανται εὐκόλως νὰ κρατῶσιν εἰς τὸν νῦν των καὶ νὰ ἀναλύωσιν ἐρωτήσεις, αἱ ὁποῖαι φαίνονται εἰς πολλοὺς τόσον πολύπλοκοι καὶ συγκεχυμένοι, ὥστε δὲν δύνανται οὔτε νὰ ἐνθυμοῦνται τὰ διάφορα μέρη των, οὔτε νὰ ἐξηγῶσι τὰς περιπλοκάς των. Ἡ μεγάλη ἐπιστήμη τῆς Ἀριθμητικῆς ἐνομίσθη ἀπὸ πολλοτάτους ὡς περιοριζομένη εἰς μόνην τὴν ἀπλὴν καὶ μηχανικὴν πρᾶξιν τῶν κανόνων τῆς Ἀριθμητικῆς, οἱ ὁποῖοι ἴσως ἐννοοῦνται ἀτελῶς καὶ ἀπὸ τὸν διδάσκαλον καὶ ἀπὸ τὸν μαθητὴν, μὴ διακρίνοντας πῶς ἡ γένεσις τῶν ἀριθμῶν κάμνει ἀναγκαίως τοὺς τοιούτους κανόνας. Διότι ἂν ἡ Γεωμετρία καὶ ἡ Μαθηματικὴ δὲν ἀπαιτοῦσαν τινὰ γνῶσιν σχετικὴν μὲ τοὺς ὑψηλοτέρους κλάδους τῆς Ἀριθμητικῆς, οὗτος ὁ ἐπωφελεῆς τρόπος τῆς ἀναπτύξεως τῶν δυνάμεων τοῦ νεανικοῦ νοὸς καὶ τῆς γυμνάσεως καὶ ἐνδυναμώσεως ἤθελεν εἶναι διόλου ἄγνωστος.

Ὁ συνήθης τρόπος εἶναι νὰ κάμνωσι τὰ παιδία ὥστε νὰ προφέρωσι τοὺς ἀριθμοὺς Ἐν, Δύω, Τρία κ. τ. λ. κατὰ διαδοχὴν, καὶ ὅταν μὲ τὴν δύναμιν τοῦ μνημονικοῦ δύνανται νὰ μετρῶσιν ἕως εἰς τὰ ἑκατὸν, ὑποθέτονται ὅτι ἔχουν ἐντελῆ γνῶσιν τῶν ἀριθμῶν τούτων, μολονότι πραγματικῶς δὲν ἔχουν καμμίαν. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον αὐτὰ γνωρίζουν περὶ ἐκάστου ἀριθμοῦ εἶναι, ὅτι ἔπεται εἰς ἐκεῖνον τὸν ἀριθμὸν, ὅστις προηγεῖται τούτου, καὶ προηγεῖται ἀπὸ ἐκεῖνον ὅστις

ἔπεται· ἡ ἰδέα τὴν ὁποίαν ἔχουν περὶ τοῦ ἀριθμοῦ εἴκοσιν εἶναι ὅτι εὐρίσκεται μετὰ τὸν δεκαεννέα καὶ πρὸ τοῦ εἰκοσιέν. Διὰ τῆς συνηθείας καὶ ἀριθμήσεως τῶν περὶ αὐτὰ ἀντικειμένων τὰ παιδία ἀποκτοῦν ἴσως πλέον διακεκριμένην ἰδέαν τῶν ἀριθμῶν τὸ πολὺ ἕως τὸν εἴκοσι· τὸ δὲ μετὰ τοῦτον τὸν ἀριθμὸν εἶναι μέγας λαβύρινθος καὶ ὅλως διόλῃς χωρὶς σχέδιον.

Εἰς αὐτὴν τὴν περίοδον τὸ παιδίον διδάσκεται πῶς νὰ ἐκφράζεται ταύτας τὰς κενὰς καὶ ἀδιακρίτους ἰδέας διὰ τινος χαρακτήρος, καὶ νὰ προσθέτῃ σύγχυσιν εἰς σύγχυσιν. Πρὶν νὰ δύναται νὰ ἐννοῇ, πῶς νὰ ἀριθμῇ ἕως εἰς τὰ ἑκατὸν, τὸ διορίζεν νὰ μάθῃ τὸν Πυθαγορικὸν Πίνακα, καὶ νὰ κατατάττῃ χιλιάδας, δεκάδας χιλιάδων, ἑκατομμύρια κ.τ.λ. Αὐτὸ μανθάνει ὅλα ταῦτα μὲ θαυμαστὸν τρόπον· ἀλλὰ δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν, ὅτι ἐπροχώρησεν ἐν βῆμα εἰς τὰς καθαρὰς ἰδέας, αἱ ὁποῖαι εἶναι τὸ θεμέλιον πάσης ἀληθοῦς γνώσεως;

Οἱ κανόνες τῆς ἀριθμητικῆς, οἵτινες ἔπονται, δὲν δίδουν διόλου διακεκριμένας ἰδέας, οὔτε ὑδηγοῦν τὸ παιδίον εἰς καμμίαν γνῶσιν τῆς γενέσεως ἢ φύσεως τῶν ἀριθμῶν· ἀλλὰ τὸ διδάσκουν μόνον μηχανικὴν χρῆσιν τῶν χαρακτήρων, καὶ δὲν ἀναπτύσσουν καμμίαν ἄλλην δύναμιν, εἰμὴ τὴν τοῦ μνημονικοῦ.

Ἐξεναντίας, τοῦ Πεσταλότσου ἡ γνώμη κατὰ τοῦτο εἶναι κριτικωτάτη καὶ φιλοσοφικωτάτη. Θεωρῶν τὸν ἀριθμὸν ὡς ἓνα ἀπὸ τοὺς κλάδους, οἵτινες διὰ τὴν μαθηματικὴν ἀκρίβειάν των εἶναι θαυμασίως

διατεθειμένοι εἰς τὸ νὰ ὁδηγῶσι τὸν νῦν τῷ νέῳ εἰς ἕξιν τῷ σκέπτεσθαι καὶ αἰτιολογεῖν, ἔξακρίβωσεν ἐπιμελῶς τὴν στοιχειώδη γένεσίν του, καὶ ἐπροσδιώρισε τὸν ἀπλόστατον τρόπον τῆς, τρόπον κατὰ τὸν ὁποῖον πᾶσα ἐπισήμη πρέπει τὰ παρῆσιάζεται εἰς τὸν νοῦν τῷ νέου. Ἡ ἀπλουστάτη ἐκείνη μορφή εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν εἶναι ἡ Μονάς, ὁ μέγιστος ἀριθμὸς συντίθεται ἀπὸ Μονάδας, αἱ ὁποῖαι ἐπαναλαμβάνονται ἢ προσθέτονται ὁμῶς διαφόρως, καὶ ὅλη ἡ σύγχυσις τῶν ἰδεῶν μας περὶ τῶν ἀριθμῶν πηγάζει ἐκ τούτου, ὅτι τὰς πρώτας ιδέας μας περὶ τοῦ ἀντικειμένου δὲν τὰς ἐσυλλάβαμεν ἀπὸ μονάδας, προστεθειμένας ὁμοῦ. Παραδείγματος χάριν, ὅταν ὁ ἀριθμὸς Ἑπτὰ παρουσιάζεται ἔμπροσθεν τῶν ὀφθαλμῶν τοῦ παιδίου δι' ἑπτὰ ὀρατῶν ἀντικειμένων, αὐτὸ δύναται μὲ ὀλίγην σκέψιν νὰ παρατηρήσῃ ὅτι ὁ ἀριθμὸς οὗτος σύγκειται ἀπὸ 4, καὶ 3, ἀπὸ 5, καὶ 2, καὶ ἀπὸ 6, καὶ 1. καθὼς ἐπίσης εὐκόλως ἤθελε καταλάβει, ὅτι ἀπὸ τὴν αὕξησιν ἐκάστου τῶν ἀριθμῶν τούτων, ἤθελε προκύψει ἀριθμὸς ἀνώτερος. Ἀλλὰ τί δύναται ν' ἀνακαλύψῃ μὲ μόνην τὴν ἐξέτασιν τοῦ χαρακτῆρος 7; Τίποτε· δύναται βέβαια νὰ ἔχῃ εἰς τὴν μνήμην τῆς τὰς προσθέσεις ταύτας· ἀλλ' αὗται εἶναι ἐργασίαι περὶ τῶν ὁποίων ἄλλην καθαρωτέραν πληροφορίαν δὲν ἔχει, εἰμὴ τὴν τοῦ διδασκάλου του, ὅστις τοῦ ὑπαγορεύει ὅτι τὸ πρᾶγμα ἔχει οὕτω. Τῶνόντι ἡ χρῆσις τῶν χαρακτήρων εἶναι μόνον μηχανικὴ πρόοδος τοῦ ἐκφράζειν συντόμως τὸ μέγα ἄθροισμα τῶν μονάδων (καθὼς εἶναι εὐ-

κολώτερον τὸ νὰ γράψῃ τις 20, παρὰ νὰ κάμῃ 20 στιγμάς·) καὶ ὅσον λογικὸν ἤθελεν εἶσθαι τὸ νὰ μεταχειριζώμεθα συντετμημένην γραφὴν διὰ νὰ διδάξωμεν τὰ παιδιά τὴν ἀνάγνωσιν, τόσον ἤθελεν εἶσθαι λογικὸν καὶ τὸ νὰ διδάσκωμεν ἀριθμοὺς εἰς τὰ παιδιά, διδάσκοντες πρῶτον τοὺς ἀριθμητικοὺς χαρακτῆρας.

Κατὰ ταύτην τὴν σειρὰν τοῦ συλλογίζεσθαι, ὁ Πετσαλότσης φέρει τὸν μαθητὴν εἰς ἱκανὴν γνῶσιν τῆς γενέσεως τῶν ἀριθμῶν, πρὶν διδαχθῇ οὔτε ἓνα χαρακτῆρα. Αὐτὸς ἀνανέωσεν ἐκείνην τὴν ἐπιστήμην τοῦ λογαριασμῆ, ἡ ὁποία διὰ τῆς ἀριθμήσεως πραγματικῶν ἀντικειμένων δίδει εἰς τὸν μαθητὴν τόσον βάσιμον καὶ σερεὰν γνῶσιν τῶν ἀριθμῶν, ὥστε ὁ νοῦς του δύναται εὐκόλως νὰ ἐννοῇ τοὺς διαφόρους συνδυασμοὺς των, καὶ σχεδὸν ἐκ πρώτης ὄψεως νὰ διακρίνῃ τὴν πρὸς ἀλλήλους σχέσιν των.

Μία ἄλλη ἐπωφελὴς ἀρχὴ τοῦ Πετσαλότσης εἶναι, τὸ νὰ μὴ βιάζῃ ποτὲ τὸ παιδίον πρὸς τὸ ἀφηρημένον κέντρον ἐκ τοῦ ὁποίου γενικῶς ἢ καθαρὰ ἐπιστήμη ἀρχίζει τὰς ἐργασίας της, διότι ποτὲ ὁ νοῦς τοῦ παιδίου δὲν εὐρίσκεται εἰς σχέσιν μὲ τοῦτο· ἀλλ' αὐτὸς ἀποβλέπει εἰς κἀνὲν μέρος εἰς τὸ ὁποῖον τὸ παιδίον φυσικὰ ἔχει σχέσιν μὲ τὴν ἐπισημν, ἥτις μέλλει νὰ διδαχθῇ, καὶ ἀπ' ἐδῶ ἀρχίζει. Πρῶτον οἰκειόνηι τὸ παιδίον μὲ τὴν ἐπιτήμην πρακτικῶς, καὶ μετὰ ταῦτα βαθμηδὸν τὸ εἰσάγει εἰς τὸ πλεον ἀφηρημένον μέρος· ὅχι ὅμως πρὶν νὰ ἐμπορῇ ὁ νῦς τς νὰ ἀφαιρῇ ἀφ' ἑατῆς.

Οὕτως εἰς τὴν Γεωμετρίαν δὲν ἤθελεν ἀρχίσῃ νὰ διδάσκη τὸ παιδίον τὸν ἀφηρημένον ἐπιστημονικὸν ὀρισμὸν τοῦ σημείου, ἢ τῆς γραμμῆς, ἢ τῆς ἐπιφανείας· ἀλλ' ἤθελεν εὐρεῖν τι ἀντικείμενον εἰς τὸ ὁποῖον ὁ νοῦς τῆς παιδὸς ἤθελεν ἔχει σχέσιν μὲ τὴν ἐπισήμην· τοῦτο δὲ ἤθελεν εἶσθαι τὸ δερμάτινον σφαιρίδιόν τς· ἐπειδὴ τῆτο εἶναι σφαῖρα εἰς τὴν ὁποίαν ὁδηγεῖται νὰ παρατηρήσῃ ἴσην καὶ καμπύλην ἐπιφάνειαν· ἐν πάλιν πορτοκάλλιον κομμένον εἰς δύο μέρη θέλει κάμει ἡμισφαίριον, ὅπου εὐρίσκονται δύο ἐπφάνειαι, μία καμπύλη, καὶ μία ὁμαλὴ περατῶμένη εἰς καμπύλην, ὀνομαζομένην κύκλον, τοῦ ὁποίου τὸ σχῆμα ἐμπορεῖ νὰ διδαχθῇ νὰ μεταφέρῃ εἰς τὸ ἀβ,β,άκιόν τς, καὶ νὰ τὸ μιμῆται μὲ τὴν χεῖρα τς, καὶ ἐπομένως νὰ ἐξετάζῃ τὰς καθαρὰς ἐπιστημονικάς του ιδιότητας· καὶ ἐντεῦθεν νὰ προχωρήσῃ καὶ εἰς τὰς μερικωτέρας. Τοιουτοτρόπως εἰς τὴν ἀριθμητικὴν δὲν εὐρίσκομεν τὸ παιδίον σχετισμένον μὲ τὰς ιδέας ὅσας ἔχομεν περὶ τῶν ἀφηρημένων ἀριθμητικῶν χαρακτήρων, 1, 2, 3, 4, 5, κτλ· ἀλλ' ἀφ' ὧς προσπαθήσωμεν νὰ τοῦ ὁμιλήσωμεν λογικῶς διὰ ν' ἀναπτύξωμεν τὰς δυνάμεις του εἰς ἀντικείμενα πλέον κατάλληλα εἰς τὴν κλίσιν του, θέλομεν καλέσει τὴν προσοχὴν του εἰς διαφόρους ἀριθμοὺς, ὡς βοηθητικὰς ιδέας ἐχούσας σχέσιν μὲ ἀντικείμενα τινὰ πολὺ γνωστὰ εἰς τὸ παιδίον· π. χ. εἰάν τὰ μέρη τοῦ σώματός του ἔγειναν ἀντικείμενα παρατηρήσεως, θέλομεν τοῦ δώσει καθαρὰν ιδέαν τοῦ Ἀριθμοῦ εἰάν τὸ ἐρωτῶμεν.

Πόσας κεφαλὰς ἔχεις;

Μίαν κεφαλὴν.

Ἐκ ποῖα ἄλλα μέρη ἔχεις μόνον ἓν;

Ἐν πρόσωπον, ἓν σῶμα, μίαν μύτην, ἓνα λαιμὸν, ἓν σῶμα κτλ.

Μὲ τοῦτο θέλει συλλάβει τὸ παιδίον διακεκριμένην ἰδέαν τοῦ ἑνὸς, ἣ ὁποία δύναται νὰ σερευθῇ, εἰὰν βαλθῶσιν ἔμπροσθέν του τινὲς ξύλινοι κύβοι, κομβολόγια, ἢ μικρὰ σφαιρίδια, καὶ εἰὰν ἐρωτᾶται δίδῃ ἀπὸ αὐτὰ τόσα, ὅσας κεφαλὰς ἔχει· καὶ ἀφοῦ δώσῃ τὸν ὀρθὸν ἀριθμὸν (ἓνα,) ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ ἐπαναλάβῃ μαζῇ μὲ αὐτὸ, ἓν κομβολόγιον, ἢ ἓνα κύβον, ἢ ἓν σφαιρίδιον. Μετὰ ταῦτα ἐμπορεῖ νὰ ἐρωτηθῇ.

Πόσα ὀμμάτια ἔχεις;

Δύω ὀμμάτια.

Ἐκ τί ἄλλο ἔχεις δύο;

Δύω αὐτία, δύο χεῖλη, δύο χεῖρας, δύο βραχίονας, δύο σκέλη, δύο πόδας κτλ.

Μετὰ ταῦτα ἂς ἐρωτηθῇ, δεῖξέ με ἓν ὀμμάτιον.

Πάλιν, δεῖξέ με ἓν ἄλλο ὀμμάτιον.

Ἐν ὀμμάτιον καὶ ἓν ὀμμάτιον κάμνουν δύο ὀμμάτια.

Δεῖξέ με μίαν χεῖρα.

Πάλιν, δεῖξέ με ἄλλην μίαν χεῖρα.

Μία χεὶρ καὶ μία χεὶρ κάμνεν δύο χεῖρας.

Οἱ τρεῖς πόδες μιᾶς καθέδρας, ἢ τρία κομβία ἑνὸς φορέματος δίδουν παράδειγμα τοῦ τρία.

Τὰ τέσσαρα δάκτυλα ἐκτὸς τοῦ ἀντίχειρος * δίδεν

* τοῦ μεγάλου δακτύλου.

παράδειγμα τοῦ τέσσαρα, ἀριθμουμένου δὲ καὶ τοῦ ἀντίχειρος, παράδειγμα τῶν πέντε.

Ἐνθυμοῦ πάντοτε νὰ τὸ ἐρωτᾷς νὰ σὲ δείχνῃ μὲ κομβολόγια, κύβους, ἢ σφαίρας τὸν ἴδιον ἀριθμὸν, τὸν ὁποῖον μετεχειρίσθης ὁμοῦ μὲ τὰ προβληθέντα πρωτότυπα ἀντικείμενα, ἕως οὗ βεβαιωθῇς ὅτι ἐντυπώθη εἰς τὸν νοῦν του καθαρὰ ἰδέα τῶν ἀριθμῶν τούτων χωριστὰ ἀπὸ τὸ ἀντικείμενον, μὲ τὸ ὁποῖον κατ' ἀρχὰς τοὺς εὗρηκεν ἐνωμένους, ἢ τοῦλάχιστον μεταβαίνων μὲ αὐτὸ ἀπὸ ἓν εἶδος ἀντικειμένων εἰς ἄλλο. Εἶναι πρὸς τούτοις ἐπωφελὲς νὰ βεβαιωθῇ ὁ διδάσκαλος, ἂν τὸ παιδίον ἐξεύρῃ πόσαι "Μονάδες" ἐμπεριέχονται εἰς ὅσους ἀριθμοὺς εἶπε· πρᾶγμα διὰ τὸ ὁποῖον μένει εἰς τὴν ἄγνοιαν τὸ παιδίον πολὺ πλειότερον καιρὸν παρόσον ὑποπτεύει τις, καὶ εἰς τὴν καθαρὰν γνῶσιν τοῦ ὁποίου συνίσταται ἡ ἀπόκτησις τῶν ἐφεξῆς γνώσεών του.

Ὁ σκοπὸς τοῦ εἰσαγωγικοῦ τούτου τρόπου εἶναι κυρίως τὸ νὰ μεταδώσῃ τις εἰς τὸ παιδίον καθαρὰς ἰδέας περὶ ἀριθμοῦ, ὥς προετοιμασίαν τῶν γυμνασμάτων, τὰ ὁποῖα θέλουν τὸ ὁδηγήσει νὰ παρατηρῇ τὴν πρὸς ἀλλήλους σχέσιν των.

Ἀφοῦ προχωρήσωμεν ἕως ἐδῶ, λαβόντες τὴν ὕλην ἀπὸ διάφορα ἀντικείμενα, παρασταίνομεν εἰς τὰ παιδιά τὸ ἀριθμόμετρον, τὸ ὁποῖον εἶναι μικρὸν παραλληλόγραμμον, μὲ πλευρὰς ξυλίνας, διὰ τῶν ὁποίων διέρχονται εἰς ἴσα ἀποστήματα δέκα παράλληλοι σιδηραῖ γραμμαὶ στερεαὶ ὥστε νὰ μὴ λυγίζωνται, καὶ

εἰς ἐκάστην γραμμὴν εἶναι περασμένα δέκα σφαιρίδια τοιουτοτρόπως, ὥστε νὰ κινῶνται ἐλευθέρως κατ' ἀρέσκειαν.

Εἶναι φανερόν ὅτι ἡ κατάταξις εἰς δεκάδας κάμνει αὐτὸν τὸν ἀριθμὸν ἐξαιρέτως ἐπωφελῆ, καὶ εἶναι διὰ τοῦτο ἐπωφελέστατον πρᾶγμα ὥστε τὸ παιδίον μὲ τὰς πρώτας ἰδέας του περὶ τοῦ Ἀριθμοῦ νὰ γνωρίσῃ ταύτην τὴν ἀπλὴν καὶ ἐπωφελῆ κατάταξιν, διὰ τῆς ὁποίας θέλει μάθει τὸν τύπον ὁποιοδήποτε δοθέντος ἀριθμοῦ, καὶ διὰ τῆς ὁποίας ὅλαι αἱ δυσκολίαι τοῦ προσθέτειν καὶ ἀφαιρεῖν περιορίζονται εἰς τὰς πρώτας εἴκοσι μονάδας. *

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Ὁ διδάσκαλος τώρα παρουσιάζων τὸ Ἀριθμόμετρον καὶ διευθύνων τὴν προσοχὴν τοῦ παιδίου πρὸς τὴν ἄνω σειρὰν τῶν σφαιριδίων, κινεῖ τὸ πρῶτον ἀπὸ αὐτὰ ἐκ τοῦ ἀριστεροῦ μέρους πρὸς τὸ δεξιὸν οὕτως, ὥστε μένει χωριστὸν ἀπὸ τὰ ἄλλα σφαιρίδια τῆς αὐτῆς σειρᾶς. π. χ.

0 0 0 0 0 0 0 0

0

Πόσα σφαιρίδια εἶναι ἐδῶ;

Τὸ παιδίον θέλει ἀποκριθῇ ἓν.

* Σημείωσις θέλει εἶσθαι ἐπωφελὴς γύμνασις εἰς ἓν Νηπιακὸν Σχολεῖον τὸ νὰ εὕρεται εἰς ἓν ἄκρον αὐτοῦ ἀριθμὸς κύβων ἢ ἄλλων ἀντικειμένων, καὶ νὰ στέλλωνται τὰ παιδία ἀλληλοδιαδόχως νὰ φέρωσι δοθέντα ἀριθμὸν ἀπὸ αὐτὰ εἰς τὸν διδάσκαλόν των.

Ὁ διδάσκαλος πάλιν κινεῖ ἐν δεύτερον σφαιρίδιον
τῆς αὐτῆς σειρᾶς πρὸς τὸ δεξιὸν μέρος, ὅπως εἶναι
τὸ πρῶτον, καὶ ἐρωτᾷ. Τί ἔκαμα;

Ο Ο Ο Ο Ο Ο Ο Ο

Ο Ο

Τὸ παιδίον πρέπει νὰ ὁδηγηθῇ εἰς τὸ νὰ ἀποκριθῇ.

Μαθ. Ἐπροσθέσετε ἐν σφαιρίδιον εἰς ἐν ἄλλο σφαι-
ρίδιον.

Διδ. Ὅταν προσθέτω ἐν σφαιρίδιον εἰς ἄλλο σφαι-
ρίδιον, πόσα σφαιρίδια ἔχω;

Μαθ. Ὅταν προσθέσετε ἐν σφαιρίδιον εἰς ἐν ἄλλο
σφαιρίδιον, ἔχετε δύο σφαιρίδια.

Ὁ διδάσκαλος τώρα ἀφαιρεῖ τὸ δεύτερον σφαιρί-
διον πρὸς τὸ ἀριστερὸν μέρος, καὶ τὸ τοποθετῇ με-
τὰ ἄλλα, ἐρωτῶν ὡς καὶ πρότερον.

Διδ. Τί ἔκαμα;

Μ. Ἀφαιρέσετε ἐν σφαιρίδιον ἀπὸ δύο σφαιρίδια.

Δ. Ὅταν ἀφαιρέσω ἐν σφαιρίδιον ἀπὸ δύο σφαιρί-
δια, τί μένει;

Μ. Ὅταν ἀφαιρέσετε ἐν σφαιρίδιον ἀπὸ δύο σφαι-
ρίδια, μένει ἐν σφαιρίδιον.

Ὁ διδάσκαλος τώρα σύρει καὶ τὸ ἄλλο σφαιρίδιον
ἐρωτῶν.

Τί ἔκαμα;

Μ. Ἐπήρετε ἐν σφαιρίδιον ἀπὸ ἐν σφαιρίδιον.

Διδ. Ὅταν πέρνω ἐν σφαιρίδιον ἀπὸ ἐν σφαιρίδιον
τί μένει;

Μ. Ὅταν πέρνετε ἐν σφαιρίδιον ἀπὸ ἐν σφαιρίδιον
μένει τίποτε.

Ὁ διδάσκαλος ἀρχίζει πάλιν ὡς ἀνωτέρω, καὶ προσθέτει ἓν σφαιρίδιον εἰς ἓν σφαιρίδιον καὶ ἔπειτα ἓν εἰς δύο, ἐρωτῶν εἰς ἕκαστον κίνημα ἐπίσης τὸ τί ἕκαμα, μεταβάλλων τὴν θέσιν τῶν σφαιριδίων καὶ πρὸς τούτοις ποῖοι ἀριθμοὶ ἔγιναν ἀπὸ τὴν ἀλλαγὴν.

Εἶναι παρομοίως ἀναγκαῖον νὰ συμπεριλαμβανεται εἰς τὴν ἀπόκρισιν τοῦ παιδὸς τὸ ἐσιῶδες μέρος τῆς ἐρωτήσεως, ἐπειδὴ τοῦτο κάμνει τὴν γνῶσιν του καθαρωτέραν καὶ κρατεῖ σταθερὰν τὴν προσοχὴν του. Ἀφοῦ γείνη ἡ πρόσθεσις ἕως τὰ τρία, ὁ διδάσκαλος ἀρχίζει νὰ ἀφαιρῇ ἓν κατόπιν τοῦ ἄλλου ὡς πρότερον, ἕως οὗ δὲν μένει τίποτε.

Ἐπειτα ἀρχίζει καὶ προσθέτει ἓν εἰς τὸ ἄλλο ἕως τῶν τεσσάρων, καὶ ἀφαιρεῖ πάλιν ἓν κατόπιν τοῦ ἄλλου ἕως οὗ δὲν μένει τίποτε. Ἀκολουθῶς φθάνει ἕως τὰ πέντε, καὶ ἀφαιρεῖ ἕως οὗ δὲν μένει τίποτε. Τοῦτο θεωρεῖται ὡς τὸ πρῶτον ἐπὶ τοῦ ἀριθμομέτρου βῆμα, καθότι τὸ παιδίον ἔφθασεν ἐπ' αὐτοῦ εἰς τὸν αὐτὸν βαθμὸν, εἰς τὸν ὁποῖον εἶχε καταντήσει καὶ ἐνῶ ἀριθμοῦσε τοὺς ὀφθαλμοὺς, τὰς δακτύλους τε κτλ.

Δύω τινὰ πρέπει νὰ ἀποφεύγωμεν εἰς τὴν διδασκαλίαν ταύτην ἐπίσης ἐπιζήμια εἰς τὸ παιδίον· πρῶτον νὰ μὴ τὸ βιάζωμεν παρὰ πολὺ νὰ προβαίνη μήπως τὸ θεμέλιον στηριχθῇ ἐπιπολαίως καὶ αἱ πρόοδοί τε γίνωσιν ἐπιδεικτικαὶ μὲν, ἀλλὰ ἀβέβαιοι· δεύτερον, νὰ μὴ τὸ κρατῶμεν πολὺν καιρὸν εἰς τὸ αὐτὸ γύμνασμα, ἢ μάθημα, διὰ νὰ μὴ χάνη τὴν αἴσθησιν τῆς προόδου, ἥτις θέλει τὸ ἐμψυχώσκειν καὶ

τὸ ἐνθαρρύνειν εἰς περισσοτέραν προσοχὴν καὶ ἀσχολίαν. Ταύτας τὰς δύο παρατηρήσεις πρέπει νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν εἰς τὰ ἐπόμενα μαθήματα τοῦ ἀριθμομέτρου, ἐπειδὴ καὶ αἱ δύο εἶναι ἀναγκαῖαι εἰς τὴν ὑγίην γνῶσιν τῶν ἀριθμῶν, τὴν ὁποίαν μέλλει ν' ἀποκτήσῃ τὸ παιδίον μετὰ ταῦτα.

Ἄλλη ὁδηγία ἐπίσης ὠφέλιμος εἶναι νὰ παρατηρηθῇ, ποῖον ἡδύνει περισσότερον καὶ κρατεῖ στερεωτέραν τὴν προσοχὴν τοῦ παιδίου, τὸ νὰ κινῇ αὐτὸ ἢ ὁ διδάσκαλός τε τὰ σφαιρίδια τοῦ πίνακος. Ἦθελα προτιμήσῃ τὸ πρῶτον, ἀλλὰ τὸ ὑστερον δίδει περισσοτέραν ζωηρότητα καὶ ἐνέργειαν εἰς βραδύνοντα παιδία. Ἀφοῦ ἐπροχώρησαν ἕως εἰς πέντε σφαιρίδια, ὁ διδάσκαλος χωρίζει ἐν ἑκτον καὶ ἐρωτᾷ, ὡς πρότερον.

Δ. Τί ἔκαμα;

Μ. Ἐπροσθέσετε ἐν σφαιρίδιον εἰς πέντε σφαιρίδια.

Δ. Ὅταν προσθέσω ἐν σφαιρίδιον εἰς πέντε σφαιρίδια πόσα σφαιρίδια ἔχω;

Τὸ παιδίον ἀπορεῖ μὴ γνωρίζον ἀκόμη τὸν ἀριθμὸν ἑξ. Διὰ τοῦτο ὁ διδάσκαλος τοῦ ἐξηγεῖ, ὅτι "πέντε σφαιρίδια καὶ ἐν σφαιρίδιον κάμνουν ἑξ σφαιρίδια" καὶ κάμνει νὰ ἐπαναλάβῃ τοῦτο. Πρέπει μετὰ ταῦτα νὰ τὸ κάμνῃ νὰ δείξῃ ἑξ δακτύλους, ἢ νὰ φέρῃ ἑξ κύβους εἰς τὴν ἄκραν τοῦ οἰκήματος διὰ νὰ πληροφορηθῇ ὁ διδάσκαλος, ἂν ἀπέκτησεν ἀκριβῆ ἰδέαν τοῦ ἑξ. Μετὰ ταῦτα ἀφαιρεῖ πάλιν μέχρις οὗ δὲν μένει τίποτε.

Ἀκολουθῶς ἀρχίζει καὶ προσθέτει Μονάδας ἕως νὰ φθάσῃ εἰς τὸν ἑπτὰ, τὸν ὁποῖον κάμνει νὰ γνωρίσῃ ὁ μαθητὴς κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, φροντίζων νὰ πληροφορηθῇ διὰ τῶν δακτύλων, κύβων, ἢ ἄλλων διαφόρων ἀντικειμένων ὅτι τὸ παιδίον ἔχει καθαρὰν γνῶσιν τῶν ἑπτὰ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον προχωρεῖ εἰς τὰ Ὁκτὼ, Ἐννέα, καὶ Δέκα, ἀφαιρῶν πάντοτε πρὶν νὰ προχωρήσῃ εἰς τὸν ἀκόλουθον ἀριθμόν.

Ἀπαιτεῖται μεγάλη προσοχὴ ἐκ μέρους τοῦ διδασκάλου, διὰ νὰ προλαμβάνῃ νὰ γίνωνται τὰ τοιαῦτα μαθήματα μηχανικῶς, καὶ πρὸς ἀποφυγὴν τούτου πρέπει νὰ μεταβάλλῃ τὴν τάξιν τῶν μαθημάτων, ὅσον τὸ δυνατόν συχνά, διὰ νὰ μὴν ἐμπορῇ νὰ γνωρίζῃ ὁ μαθητὴς ἐκ τῶν προτέρων ἐρωτήσεων, τὴν ἀκόλουθον.

Τὸ τελευταῖον βῆμα τοῦ Γυμνάσματος τούτου, ἀναφέρομεν ὡς περιέχον ὅλα τὰ ἄλλα, ἐλπίζοντες ἐν ταυτῷ ὅτι ὁ διδάσκαλος θέλει προσέχει μόνον νὰ σύρῃ πάντοτε ἀπὸ ἐν σφαιρίδιον, κατὰ τὴν ἀνωτέρω ὁδηγίαν, μὴ προχωρῶν εἰς τὰ τέσσαρα, μέχρις οὔ τὸ παιδίον δύναται ἐντελῶς νὰ προσθέτῃ καὶ νὰ ἀφαιρῇ τὸ 1, 2, καὶ 3.

ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ.

ἴδου ἐν σφαιρίδιον.

1	σφαιρίδ.	καὶ	ἐν	σφαιρίδ.	κάμνεν	2	σφαιρ.
2	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	3	σφαιρ.
3	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	4	σφαιρ.
4	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	5	σφαιρ.
5	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	6	σφαιρ.
6	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	7	σφαιρ.
7	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	8	σφαιρ.
8	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	9	σφαιρ.
9	σφαιρίδ.	καὶ	1	σφαιρίδ.	κάμνεν	10	σφαιρ.

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ.

1 σφαιρίδιον ἀπὸ 10 σφαιρ. μένεν 9 σφαιρίδια

1	—	9	—	8	—
1	—	8	—	7	—
1	—	7	—	6	—
1	—	6	—	5	—
1	—	5	—	4	—
1	—	4	—	3	—
1	—	3	—	2	—
1	—	2	—	1	—
1	—	1	—	τίποτε.	—

Ἄφου τὰ παιδία προσθέσωσι καὶ ἀφαιρέσωσιν ἀπὸ ἐν ἐκάστην φοράν, εἰς πρώτην σειρὰν τῷ Ἀριθμομέτρῳ, τὸ ἀκόλουθον βῆμα θέλει τὰ δείξει, πῶς

δύναται τὸ αὐτὸ γύμνασμα νὰ γίνη εἰς ἄλλην
ὁποιανδήποτε σειράν. Ὁ πίναξ τάττεται κατὰ τὸν
ἀκόλουθον τρόπον.

									0
								0	0
							0	0	0
						0	0	0	0
					0	0	0	0	0
				0	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Καὶ τὰ παιδιά ἐρωτῶνται.

Πόσα σφαιρίδια εἶναι εἰς τὴν πρώτην σειράν;

Πόσα εἰς τὴν δευτέραν;

^ΑἩ τοιοιτοτρόπως· Εἰς ποίαν σειράν βλέπεις 7
σφαιρίδια, 5 σφαιρίδια, 9 σφαιρίδια κτλ;

Δεῖξε 5 σφαιρίδια, 3 σφαιρίδια κτλ.

Εἶναι παρομοίως ὠφέλιμον, τὸ νὰ ὑπαγορεύωνται
ἀριθμοὶ κατώτεροι τῶν 10, καὶ νὰ κάμνωσι τὰ
παιδιά εἰς τὰ ἀβάκιά των τόσας εὐθείας γραμ-
μὰς ὅσαι ὑπαγορεύθησαν.

^ΑἩ ὁ πίναξ ἐμπορεῖ νὰ ταχθῇ κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον,
καὶ αἱ ἐρωτήσεις νὰ γίνωνται ὡς ἄνωτέρω.

				0	0	0	0	0	
		0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	
				0	0	0	0	0	0
						0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0			0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Τοιουτοτρόπως τὰ παιδιά θέλουν ἀποκτήσει τόσον ἐντελῆ ἔξιν τοῦ πίνακος, ὥστε ὁ ὀφθαλμὸς των θέλει εἶσθαι γυμνασμένος νὰ διακρίνῃ ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν ἕως τὰ 10 εἰς ὅποιανδήποτε σειράν.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Εἶναι ὠφέλιμον νὰ γίνωνται εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς τοιαῦται μικραὶ ἐρωτήσεις, ὡς αἱ ἑξῆς.

3 Σφαιρίδια καὶ ἓν σφαιρίδιον, πόσα σφαιρίδια μᾶμνουν;

Ἐὰν ἐπάρῃς ἓν σφαιρίδιον ἀπὸ τέσσαρα σφαιρίδια, πόσα μενουν;

1 Μῆλον καὶ τέσσαρα μῆλα, πόσα μῆλα κάμνουν;

Ἐὰν ἐπάρῃς ἓν πουλίον ἀπὸ ἓν κοπάδιον 8 πουλίων, πόσα πουλία μένουν;

1 Πουλίον καὶ 8 πουλία, πόσα πουλία κάμνουν;

Ἐὰν ἐπάρῃς ἓν λεπτὸν ἀπὸ 5 λεπτὰ, πόσα λεπτὰ θέλεις ἔχει;

1 Πορτοκάλλιον καὶ 7 πορτοκάλλια, πόσα πορτοκάλλια κάμνουν;

Ἐὰν ἐπάρῃς ἐν δίσηλον ἀπὸ 9 δίσηλα, πόσα θέλῃς σοῦ μένει;

Εἶναι προσέτι εὐχῆς ἔργον νὰ ἐνόνετε ἐξ ἀρχῆς μετὰς ἐρωτήσεις σας ἰσορίδια τινὰ, τὸ ὁποῖον θέλει προσηλώσει περισσότερο τὴν προσοχὴν τῶν παιδίων.

Γραῖα τις εἶχεν ὑπὸ τὴν ἐπιμέλειάν της 9 γάλλους, ἡ ἀλώπηξ ὑπῆγε τὴν νύκτα καὶ ἤρπασεν ἓνα· πόσους εὗρήκεν ἡ γραῖα τὴν ἀκόλουθον πρωΐαν;

Ἐδόθησαν εἰς ἓν παιδίον 5 μῆλα· ἀπ' αὐτὰ ἔδοσεν ἓν εἰς τὸν ἀδελφόν του, πόσα τοῦ ἔμειναν; ἔπειτα ἔδοσεν ἓν ἄλλο εἰς τὴν ἀδελφήν του, πόσα τοῦ ἔμειναν; 7 σποργήτια ἦσαν εἰς μίαν βάτον· ὅταν ὑπῆγεν ἓν ἄλλο πόσα σποργήτια ἦσαν ὅλαν;

Ἀλλ' ἔὰν ἐν ἀπὸ τὰ ἑπτὰ ταῦτα σποργήτια ἔφευγε, πόσα ἤθελαν μένει;

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Ὁ σκοπὸς τοῦ γυμνάσματος τούτου εἶναι νὰ ἀναπτύσσεται ἡ ἰδέα τοῦ μεγαλητέρου καὶ μικροτέρου ἀριθμοῦ ὅσον ἀνάγεται εἰς ἀριθμοὺς κατωτέρους τῶν 10, ἀλλὰ χωρὶς νὰ προσδιορίζεται ἡ πραγματική των διαφορά.

Ὁ διδάσκαλος τάττει τρία σφαιρίδια εἰς τὴν πρώτην σειρὰν, καὶ τέσσαρα εἰς τὴν δευτέραν, καὶ ἐρωτᾷ τὰ παιδιά.

Διδ. Πόσα σφαιρίδια εἶναι ἐδῶ; (δείχνων τὰ 3.)

Μαθ. Εἶναι 3.

Διδ. Καὶ πόσα εἶναι ἐδῶ; (δείχνων τὰ 4.)

Μ. Εἶναι 4.

Δ. Ποῖος εἶναι ὁ μεγαλύτερος τούτων τῶν ἀριθμῶν;

Ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ ἐρωτᾷ ἰδιαιτέρως ἕκαστον παιδίον πρὶν νὰ βεβαιώσῃ τὴν ὀρθότητα τῆς ἀποκρίσεως, διὰ νὰ πληροφορηθῇ, ἐὰν ἕκαστον παιδίον ἀπέκτησε τὴν ζητούμενην ἰδέαν.

Δ. Ποῖος εἶναι ὁ μικρότερος;

Πρέπει λοιπὸν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον νὰ τάττῃ ἔμπροσθέν των, 3 καὶ 8, 4 καὶ 6, 9 καὶ 8, 2 καὶ 3, κτλ. φροντίζων νὰ βάλλῃ τὸν μεγαλύτερον ἀριθμὸν κάποτε εἰς τὴν ἄνω, καὶ κάποτε εἰς τὴν κάτω σειρὰν, ἐνίστε νὰ λαμβάνῃ τὸν μικρότερον πρῶτον, ἐνίστε δὲ τὸν μεγαλύτερον.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Εἰπέ με ἀριθμὸν μεγαλύτερον ἀπὸ τὸν 3, 5, 8, 9, κτλ. εἰπέ με ἀριθμὸν μικρότερον ἀπὸ τὸν 7, 2, 4, 6, 10. εἰπέ με ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς τοὺς ὁποίους ἐξεύρεις ὅτι εἶναι μεγαλύτεροι τῶν 3, 5, 8, 9, κτλ.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὁ σκοπὸς τοῦ γυμνάσματος τούτου εἶναι νὰ διδαχθῶσι τὰ παιδιά ν' αὐξάνωσι τοὺς ἀριθμοὺς προσθέτοντα πρὶς τοὺς ἀπὸ ἑνὸς ἑκάστην φοράν.

Ὁ διδάσκαλος τάττει τὸν πίνακα ὡς ἀκολούθως.

Δ. Τοῦτο ὀνομάζεται πρόσθεσις ἀριθμῶν, καὶ ἀντὶ τῆς λέξεως “καὶ” εἰς τὴν τελευταίαν ἀπόκρισίν σε μεταχειρίζου τὴν λέξιν “προστιθέμενα εἰς” λοιπὸν πῶς θέλεις τώρα τὸ εἰπεῖ;

Μ. Ἐν σφαιρίδιον προστιθέμενον εἰς 2 σφαιρίδια κάμνει τρία σφαιρίδια.

Ὁ διδάσκαλος μετὰ ταῦτα ὁδηγεῖ τὰ παιδιά εἰς τὸ νὰ ἐκφράζωσι τὰς λοιπὰς σειρὰς κατὰ τὸν ἐφεξῆς τρόπον.

ΒΗΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Α'. Σειρά. Ἐδῶ εἶναι ἓν σφαιρίδιον.

Β'. — Ἐδῶ εἶναι δύο σφαιρίδια.

Γ'. — 1 σφαιρ. προσιθ. εἰς 2 σφαιρ. κάμνει 3 σφαιρ.

Δ'. — 2 — — — 2 — — — 4

Ε'. — 3 — — — 2 — — — 5

ΣΤ'. — 4 σφαιρ. προσιθ. εἰς 2 σφαιρ. κάμνει 6 σφαιρ.

Ζ'. — 5 — — — εἰς 2 — — — 7

Η'. — 6 — — — εἰς 2 — — — 8

Θ'. — 7 — — — εἰς 2 — — — 9

Ι'. — 8 — — — εἰς 2 — — — 10

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Δ. Πόσα κάμνουν 3 καὶ 2, 6 καὶ 2, 7 καὶ 2, κτλ;

Δ. Τί ἐννοῶ, ὅταν λέγω 3 καὶ 2;

Μ. Ἐννοεῖτε ὅτι τὰ 3 προσθέτονται εἰς τὰ 2.

Δ. Ἐὰν ἔχω 6 λεπτὰ καὶ λάβω ἀκόμη 2, πόσα θέλω ἔχει;

Μ. Θέλετε ἔχει 8 λεπτά.

Δ. Διατί;

Μ. Διότι 6 λεπτὰ προσιθέμενα εἰς 2 λεπτὰ θέλουν κάμει 8 λεπτά.

Δ. Ἐὰν ὁ Θωμᾶς εἶχε χθὲς 5 ἀπίδια, καὶ ἔλαβεν ἀκόμη 2 σήμερον τὸ πρωῒ, πόσα ἀπίδια ἔχει;

Δ. Ἐὰν ἐγὼ ἔχω 8 λεπτά, καὶ σεῖς ἔχετε 2, πόσα λεπτὰ ἔχομεν οἱ δύο ὁμοῦ;

Ἡ κρίσις τοῦ διδισκάλου θέλει τὸν ὀδηγήσει νὰ κάμῃ πολλὰς ἐρωτήσεις δι' ἕκαστον ἀριθμὸν, διὰ νὰ λαμβάνωσι γύμνασιν τὰ παιδιά νὰ προσθέτωσιν ἐκεῖνον τὸν ἀριθμὸν, πρὶν νὰ προχωρήσωσιν εἰς τὸν ἀκόλουθον.

Ὁ πίναξ τώρα πρέπει νὰ ταχθῇ διὰ πρόσθεσιν ἄλλων ἀριθμῶν εἰς τὰ 3, ὡς ἔγεινε προτῆτερα εἰς τὰ 2.

Α'. σειρά. Ἐδῶ εἶναι ἓν σφαιρίδιον.

Β'. — ἐδῶ εἶναι δύο σφαιρίδια.

Γ'. — ἐδῶ εἶναι τρία σφαιρίδια.

Δ'. — 1 σφαιρίδιον προσιθέμενον εἰς 3 σφαιρίδια κάμνει 4 σφαιρίδια.

Ε'. σειρά 2 σφαιρ. προσιθ. εἰς 3 σφαιρ. κάμνεν 5 σφαιρ.

ΣΤ'. — 3 — — εἰς 3 — — 6 —

Ζ'. — 4 — — εἰς 3 — — 7 —

Η'. — 5 — — εἰς 3 — — 8 —

Θ'. — 6 — — εἰς 3 — — 9 —

Ι'. — 7 — — εἰς 3 — — 10 —

Ἐδῶ κάμνει ἐρωτήσεις περὶ προσθέσεως ἄλλων ἀριθμῶν εἰς τὸ 3,

ΒΗΜΑ ΤΡΙΤΟΝ.

Α΄.	σειρά	ἐδῶ	εἶναι	1	σφαιρίδιον.
Β΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	2	σφαιρίδια.
Γ΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	3	σφαιρίδια.
Δ΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	4	σφαιρίδια.
Ε΄.	—	1 σφαιρ.	προσιθ.	εἰς 4 σφαιρ.	κάμνει 5 σφαιρ.
ΣΤ΄.	—	2 —	—	4 —	κάμνει 6 σφαιρ.
Ζ΄.	—	3 —	—	4 —	— 7 —
Η΄.	—	4 —	—	4 —	— 8 —
Θ΄.	—	5 —	—	4 —	— 9 —
Ι΄.	—	6 —	—	4 —	— 10 —

Ἐδῶ γίνονται καὶ ἄλλαι ἐρωτήσεις περὶ προσθέσεως ἄλλων ἀριθμῶν εἰς τὸ 4.

ΒΗΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Α΄.	σειρά	ἐδῶ	εἶναι	ἓν	σφαιρίδιον.
Β΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	δύω	σφαιρίδια.
Γ΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	τρία	σφαιρίδια.
Δ΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	τέσσαρα	σφαιρίδια.
Ε΄.	—	ἐδῶ	εἶναι	πέντε	σφαιρίδια,
ΣΤ΄.	—	1 σφαιρ.	προσιθ.	εἰς 5 σφαιρ.	κάμνει 6 σφαιρ.
Ζ΄.	—	2 —	—	5 —	— 7 —
Η΄.	—	3 —	—	5 —	— 8 —
Θ΄.	—	4 —	—	5 —	— 9 —
Ι΄.	—	5 —	—	5 —	— 10 —

ΒΗΜΑ ΠΕΜΤΟΝ.

Ε'. σειρά 1 σφαιρ. προσιθ. εἰς 6 σφαιρ. κάμνει 7 σφαιρ.

ΣΤ'. — 2 — — 6 — — — 8 —

Ζ'. — 3 — — 6 — — 9 —

Η'. — 4 — — 6 — — 10 —

Ἐδῶ ἐρωτῶνται καὶ ἄλλαι ἐρωτήσεις περὶ προσθέσεως καὶ ἄλλων ἀριθμῶν εἰς τὸ 6.

ΒΗΜΑ ΕΚΤΟΝ.

Ζ'. σειρά 1 σφαιρ. προσιθ. εἰς 7 σφαιρ. κάμνει 8 σφαιρ.

Η'. — 2 — — 7 — — — 9 —

Θ'. — 3 — — 7 — — 10 —

Ἐδῶ γίνονται καὶ ἄλλαι ἐρωτήσεις περὶ προσθέσεως ἄλλων ἀριθμῶν εἰς τὸ 7.

ΒΗΜΑ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Η'. — 1 σφαιρ. προσιθ. εἰς 8 σφαιρ. κάμνει 9 σφαιρ.

Θ'. — 2 — — 8 — — — 10 —

ΒΗΜΑ ΟΓΔΟΟΝ.

Θ'. — 1 σφαιρίδιον προσιθέμενον εἰς 9 σφαιρίδια κάμνει 10 σφαιρίδια. Εἰς τὰ μαθήματα ταῦτα πρέπει νὰ γυμνασθῶσι τὰ παιδία ὅχι πλέον κατὰ τάξιν, ἀλλ' ὅποιαν σειράν τύχη, ἀρχίζοντα ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τὸν ὁποῖον πρόκειται νὰ προσθέσωμεν. Ὅθεν διὰ νὰ προστεθῶσι τὰ δύο εἰς ἄλλους ἀριθμοὺς, ὁ πίναξ πρέπει νὰ ταχθῇ τοιουτοτρόπως.

0									
0	0		0						
0	0		0	0					
0	0		0	0	0				
0	0		0	0	0	0			
0	0		0	0	0	0	0		
0	0		0	0	0	0	0	0	
0	0		0	0	0	0	0	0	0
0	0		0	0	0	0	0	0	0
0	0		0	0					

Ἐπὶ τοῦ ὁποίου τὰ παιδία πρέπει νὰ προσθέτωσι 2 καὶ 1, 2 καὶ 2, 2 καὶ 3 κτλ. καὶ ἔπειτα κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον 3 καὶ 1, 3 καὶ 2 κτλ. καὶ τοις τοτρόπως ὅλους τοὺς ἄλλους ἀριθμοὺς μέχρι τῶν 10.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

- Ἐρ. Πόσα εἶναι 3 καὶ 2, 3 καὶ 7, 3 καὶ 4, 3 καὶ 6 κτλ;
 Ἐρ. Πόσα εἶναι 4 καὶ 2, 4 καὶ 5, 4 καὶ 4, 4 καὶ 6 κτλ;
 Ἐρ. Πόσα εἶναι 3 καὶ 4, 5 καὶ 4, 4 καὶ 4, 6 καὶ 4, , , , ,
 Ἐρ. Πόσα εἶναι 6 καὶ 2, 6 καὶ 4, 6 καὶ 3, 6 καὶ 1, , , , ,
 Ἐρ. Ἐὰν ἐξώδευσα χθὲς 7 λεπτά, καὶ σήμερον 2, πόσα ἐξώδευσα;
 Ἐρ. Ἐὰν ὁ Γεώργιος ἐσύναξε 4 μῆλα πρὸ τοῦ προγεύματος, καὶ 5 ἔπειτα, πόσα μῆλα ἐσύναξε;
 Ἐρ. Ἐὰν ἦσαν 5 οἰκίαι εἰς ἓν χωρίον, καὶ ἐκτίζοντο 4 ἀκόμη, πόσαι οἰκίαι ἤθελαν εἶσθαι ὅλαι;
 Ἐρ. Ἐὰν ἡ Ἄννα ἔχη νὰ μάθῃ 5 λέξεις μονοσυλλάβους, καὶ τρεῖς ἄλλας δισυλλάβους, πόσαι εἶναι ὅλαι αἱ λέξεις τὰς ὁποίας ἔχει νὰ μάθῃ;

Ἐρ. Ἐὰν τὸ σχολεῖον διαρκῇ 2 ὥρας πρὸ τοῦ γεύματος καὶ 3 μετὰ τὸ γεῦμα, πόσας ὥρας εἴμεθα τὴν ἡμέραν εἰς τὸ σχολεῖον;

Ἐ. Ἐὰν ὁ Θωμᾶς ἔχῃ 5 δαμασκηνα, καὶ λάβῃ 3 καὶ 2 προσέτι, πόσα δαμασκηνα θέλει ἔχει;

Ὁ διδάσκαλος τώρα ἐκθέτει τρεῖς ἀριθμοὺς εἰς τρεῖς διαδοχικὰς σειρὰς, 2 εἰς τὴν πρώτην, 3 εἰς τὴν δευτέραν, 5 εἰς τὴν τρίτην, καὶ ἐρωτᾷ.

Δ. Αἱ! παιδίᾳ, τίς εἶναι ὁ μεγαλήτερος ἀπὸ ὅλους τούτους τοὺς ἀριθμοὺς;

Μ. Ὁ πέντε εἶναι ὁ μεγαλήτερος ἀριθμός.

Δ. Καὶ ποῖος ὁ μικρότερος;

Μ. Ὁ δύο εἶναι ὁ μικρότερος.

Δ. Δὲν ἔχομεν ἄλλον ἀριθμόν;

Μ. Μάλισα τὸν 3.

Δ. Καλὰ ὁ 3 τίνος μεγαλήτερος εἶναι;

Μ. Ὁ 3 εἶναι μεγαλὴ ερος τοῦ 2.

Δ. Καὶ τίνος εἶναι μικρότερος;

Μ. Ὁ 3 εἶναι μικρότερος τοῦ 5.

Δ. Πῶς θέλομεν ὀνομάσει ἀριθμὸν ὅστις κεῖται μεταξὺ δύο ἄλλων, καὶ εἶναι μεγαλήτερος τοῦ ἑνὸς καὶ μικρότερος τοῦ ἄλλου;

Μ. Ἄς τὸν ὀνομάσωμεν Μέσον ἀριθμόν.

Δ. Τίς ἀπὸ τοὺς προεκτεθέντας ἀριθμοὺς εἶναι ὁ μεσαῖος;

Μ. Ὁ 3 εἶναι ὁ μεσαῖος ἀριθμὸς τούτων.

Δ. Διατί;

Μ. Διότι κείται μεταξύ τοῦ 2 καὶ 5, καὶ εἶναι μεγαλύτερος τοῦ 2 καὶ μικρότερος τοῦ 5.

Ὁ διδάσκαλος μετὰ ταῦτα παρουσιάζει τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα, προσέχων ν' ἀλλάσσει τὴν τάξιν τοιουτοτρόπως, ὥστε τὰ παῖδιά νὰ μὴν ἐμποροῦν νὰ ἐννοῶσι ἀπὸ τὴν θέσιν τῶν ἀριθμῶν τίς εἶναι ὁ μεγαλύτερος καὶ τίς ὁ μικρότερος, καὶ εἰς ἕκαστον παράδειγμα χρεωθεῖ νὰ ἐρωτᾷ τὰς ἄνω ἐρωτήσεις.

3. 5. 8.

2. 4. 7.

8. 6. 9.

10. 3. 1.

9. 7. 2.

Μετὰ ταῦτα ἐρωτᾷ τὰ παῖδιά ὡς ἐφεξῆς.

Δ. Εἶπατε τὸν μεσαῖον ἀριθμὸν μεταξύ τοῦ 3 καὶ 8, 6 καὶ 4, 5 καὶ 9, 7 καὶ 10, κτλ.

Ἐρ. Ἐὰν ὁ Γεώργιος ἔχῃ 9 δαμασκηνα, καὶ ὁ Κωνσταντῖνος 7, τίς ἀπὸ αὐτῆς ἔχει περισσότερα;

Ἐρ. Ἐὰν ἡ Μαρία ἔχῃ 5 λεπτοκάρνα, καὶ ἡ Καλλιῶπη 7, καὶ ἡ Ἑλένη 6, ποία ἀπὸ αὐτὰς ἔχει πλειότερα, ποία ὀλιγώτερα, καὶ ποία ἔχει τὸν μεσαῖον ἀριθμόν;

Ἐρ. Ἡ Ἑλισάβετ εἶναι ἐννέα καὶ χρόνων ἡ Σωσάνα 7, ποία εἶναι ἡ μικροτέρα;

Ἐρ. Δύω παῖδιά ἐπλαγίασαν εἰς τὴν κλίνην κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν, τὸ ἐν ἐκοιμήθη 8 ὥρας καὶ τὸ ἄλλο 7, ποῖον ἐξύπνησεν ἐνωρύτερα;

Ἐρ. Ἄν ἡ Τήνος (α) ἀπέχῃ 12 μίλλια ἀπὸ τὴν Σύραν,
καὶ ἡ Μύκονος 18, ποία εἶναι μακρύτερα;

Ἐρ. Ὁ Ἰωάννης ζυγίζει 9 ὀκάδας, καὶ ὁ Λουκάς 8,
τίς εἶναι ἐλαφρότερος διὰ ἓνα γάδαρον;

Κατὰ τοὺς τόπους τούτους διάφοροι ἄλλαι ἐρω-
τήσεις ἐμποροῦν νὰ γείνωσι. Τὸ Ἀριθμόμετρον μετὰ
ταῦτα τάττεται οὕτω.

									0
								0	0
							0	0	0
						0	0	0	0
					0	0	0	0	0
				0	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Καὶ ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ ὡς ἀκολουθῶς.

Δ. Πόσοι μεσαῖοι ἀριθμοὶ εἶναι μεταξὺ τοῦ 1 καὶ
τῶν 4;

Μ. Εἶναι δύο μεσαῖοι ἀριθμοὶ μεταξὺ τῶν 1 καὶ τῶν 4.

Δ. Ποῖοι εἶναι αὐτοί;

Μ. Ὁ 2 εἶναι μεσαῖος ἀριθμὸς μεταξὺ τοῦ 1 καὶ 4

(α) πρέπει νὰ μεταχειρίζεται ὁ διδάσκαλος ὀνόματα τό-
πων γνωστὰ εἰς τὰ παιδία, ἀντὶ ἀγνώστων· τὸ αὐτὸ πρέπει
νὰ κάμνῃ καὶ διὰ τὰ ὀνόματα τῶν προσώπων εἰς τὰς ἄλλας
ἐρωτήσεις.

καὶ ὁ 3 εἶναι παρομοίως μεσαῖος μεταξύ τοῦ 1 καὶ τοῦ 4.

Δ. Διὰ τί εἶναι ὁ 2 μεσαῖος ἀριθμὸς μεταξύ τοῦ 1 καὶ τοῦ 4;

Μ. Διότι εἶναι μεγαλύτερος τῆς 1 καὶ μικρότερος τῆς 4.

Δ. Διὰ τί εἶναι ὁ 3 μεσαῖος ἀριθμὸς μεταξύ τοῦ 1 καὶ τοῦ 4;

Μ. Διότι εἶναι μεγαλύτερος τῆς 1 καὶ μικρότερος τῆς 4.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ πόσοι μεσαῖοι ἀριθμοὶ εἶναι μεταξύ τοῦ 1 καὶ 5, 1 καὶ 6, 1 καὶ 7, 1 καὶ 10 κτλ.

Μετὰ ταῦτα ἐρωτᾷ, ποῖοι εἶναι οἱ μεσαῖοι ἀριθμοὶ μεταξύ τοῦ 1 καὶ 7, 1 καὶ 9, 3 καὶ 8, 2 καὶ 10.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Ὁ σκοπὸς τοῦ γυμνάσματος τούτου εἶναι νὰ διδάξῃ τὰ παιδιά μὲ πόσους διαφόρους συνδυασμοὺς τῶν δύο ἀριθμῶν νὰ σχηματίσωσιν ὅποιονδήποτε δοθέντα ἀριθμὸν μέχρι τοῦ 10.

Ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ τάξῃ τὸν πίνακα οὕτω.

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Καὶ ἐρωτᾷ τὰ παιδιά.

Δ. Ποῖοι ἀριθμοὶ εἶναι ἐδῶ; (δείχνων τὴν ἄνω σειρὰν ὅπου τὸ παιδίον εὐρίσκει 4 καὶ 1.)

Μ. 4 καὶ 1.

Δ. Πόσα κάμνουν, ὅταν προσεθῶσιν ὁμοῦ;

Μ. 4 καὶ 1 κάμνουν 5.

Δ. Ἀνάγνωσε τὰς ἄλλας σειρὰς κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον.

4 σφαιρίδια καὶ 1 σφαιρίδιον κάμνεν 5 σφαιρίδια

3 — — — 2 — — — 5 — — —

2 — — — 3 — — — 5 — — —

1 — — — 4 — — — 5 — — —

Δ. Κατὰ πόσους τρόπους ἐμπορῶ νὰ κάμνω 5;

Μ. Ἐμπορεῖτε νὰ κάμετε 5 κατὰ τέσσαρας τρόπους.

Δ. Ποῖοι εἶναι αὐτοί;

Μ. 4 καὶ 1, 3 καὶ 2, 2 καὶ 3, 1 καὶ 4.

Δ. Ἀλλ' ἀπ' αὐτοὺς τοὺς τρόπους τινὲς δὲν εἶναι οἱ ἴδιοι, μὲ αὐτὴν μόνον τὴν διαφορὰν ὅτι εἶναι τεταγμένοι διαφόρως;

Μ. Μάλιστα.

Δ. Ποῖοι εἶναι οἱ ἴδιοι;

Μ. 4 καὶ 1, εἶναι οἱ ἴδιοι μὲ 1 καὶ 4, 3 καὶ 2, οἱ ἴδιοι μὲ 2 καὶ 3.

Δ. Πόσοι λοιπὸν τρόποι εἶναι τοῦ νὰ κάμνωμεν 5 μὲ 2 ἀριθμούς;

Μ. Δύω μόνον.

Δ. Ποῖοι εἶναι αὐτοί;

Μ. 4 καὶ 1, 3 καὶ 2.

Ὁ πίναξ ὑπερον τάττεται διὰ νὰ κάμωμεν 6 καθ' ὅλους τοὺς δυνατοὺς τρόπους με 2 ἀριθμοὺς, παρατηροῦντες τοὺς ἰδίους ὡς ἀνωτέρω.

1 καὶ 5 κάμνεν 6

2 — 4 — 6

3 — 3 — 6

4 — 2 — 6

5 — 1 — 6

1 καὶ 6 κάμνεν 7

2 — 5 — 7

3 — 4 — 7

4 — 3 — 7

5 — 2 — 7

6 — 1 — 7

1 καὶ 7 κάμνεν 8

2 — 6 — 8

3 — 5 — 8

4 — 4 — 8

5 — 3 — 8

6 — 2 — 8

7 — 1 — 8

1 καὶ 8 κάμνεν 9

2 — 7 — 9

3 — 6 — 9

4 — 5 — 9

5 — 4 — 9

6 — 3 — 9

7 — 2 — 9

8 — 1 — 9

1 καὶ 9 κάμνεν 10

2 8 10

3 7 10

4 6 10

5 5 10

6 4 10

7 3 10

8 2 10

9 1 10

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Ἐρ. Εἰπέ με 2 ἀριθμοὺς, οἱ ὅποιοι κάμνουν 7, 9, 4, 10.

Ἐρ. Κατὰ πόσους τρόπους ἐμπορεῖς νὰ κάμῃς 6 μὲ δύο ἀριθμούς;

Ἐρ. Διὰ τί νὰ κάμνωμεν 6 μὲ τρεῖς τρόπους καὶ ὄχι μὲ 5;

Ἐρ. Κατὰ πόσους τρόπους ἐμπορεῖς νὰ κάμῃς 7, 5, 9, 8, 4, καὶ 10 μὲ δύο ἀριθμούς;

Ἀφοῦ ἐξηγήσαμεν ὅτι ἡ ποσότης δύο ἀριθμῶν, εἶναι τὸ ἄθροισμα τὸ ὅποιον κάμνουν ὅταν προσεθῶσιν ὁμοῦ, ὁ διδάσκαλος ἐμπορεῖ νὰ κάμνῃ τὰς ἐρωτήσεις του κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον.

Ἐρ. Ποῖον εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν 6 καὶ 4, τῶν 5 καὶ 3, τῶν 4 καὶ 5, τῶν 3 καὶ 4 κτλ;

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Ὁ σκοπὸς τῆς γυμνάσματος τούτου εἶναι νὰ διδαχθῶσι τὰ παιδιά νὰ προσθέτωσι τρεῖς ἀριθμοὺς διὰ νὰ προκύψῃ ὁποῖος δήποτε δοθεὶς ἀριθμὸς μέχρι τῶν Δέκα.

Ὁ τρόπος τοῦ τάττειν τὸν πίνακα γίνεται κατὰ τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα, εἰς τὰ ὅποια προσθέτονται 3 ἀριθμοὶ διὰ νὰ γείνη ὁ 4 καὶ ὁ 5 ἀριθμός.

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ τοιοῦτοτρόπως.

Δ. Πόσοι ἀριθμοὶ εἶναι εἰς τὴν πρώτην σειράν ;

Μ. 3 ἀριθμοί.

Δ. Ποῖοι εἶναι αὐτοί ;

Μ. 1 καὶ 1, καὶ 2.

Δ. Τί δίδουν ὅταν προστεθῶσιν ὁμοῦ ;

Μ. Δίδουν 4.

Ἡ τάξις τοῦ γυμνάσματος θέλει γείνει οὕτω.

Α'. 1 καὶ 1 καὶ 2 κάμνεν 4	ΣΤ'. 1 καὶ 1 καὶ 7 κάμ. 9
Β'. 1 — 1 — 3 — 5	1 — 2 — 6 — 9
1 — 2 — 2 — 5	1 — 3 — 5 — 9
Γ'. 1 — 1 — 4 — 6	1 — 4 — 4 — 9
1 — 2 — 3 — 6	2 — 3 — 4 — 9
2 — 2 — 2 — 6	3 — 3 — 3 — 9
Δ'. 1 — 1 — 5 — 7	5 — 2 — 2 — 9
1 — 2 — 4 — 7	Ζ'. 1 — 1 — 8 — 10
1 — 3 — 3 — 7	1 — 2 — 7 — 10
2 — 2 — 3 — 7	1 — 3 — 6 — 10
Ε'. 1 — 1 — 6 — 8	1 — 4 — 5 — 10
1 — 2 — 5 — 8	2 — 3 — 5 — 10
1 — 3 — 4 — 8	3 — 3 — 4 — 10
2 — 2 — 4 — 8	3 — 5 — 2 — 10
3 — 2 — 3 — 8	4 — 4 — 2 — 10
	6 — 2 — 2 — 10

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Πόσα κάμνουν 3 καὶ 4 καὶ 2;

2 3 1;

3 2 2;

1 2 1;

1 1 1;

6 3 1;

Δ. *Αν ἔγραψα μίαν φοράν 3 γραμμάς, ἄλλην μίαν φοράν 4, καὶ ἄλλην μίαν φοράν 2, πόσαι εἶναι ὅλαι αἱ γραμμαὶ τὰς ὁποίας ἔγραψα;

Μ. Ἐγράψετε 9 γραμμάς.

Δ. Πῶς ἐξεύρεις ὅτι ἔγραψα 9;

Μ. Διότι 3 προσθετόμενα εἰς 4 κάμνουν 7, καὶ 7 προσθετόμενα εἰς 2 κάμνουν 9.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον τὰ παιδία πρέπει ν' ἀποδείχνωσιν ἐκάστην ἀπόκρισίν των εἰς τοῦτο τὸ γύμνασμα.

Μία πτωχὴ γυνὴ ζητοῦσα ἐλεημοσύνην, ἔλαβεν ἀπὸ ἀνθρώπου τινα 6 λεπτά, ἀπὸ ἄλλον 2, καὶ ἀπὸ ἄλλον ἄλλα 2· πόσα ἦσαν ὅλα τὰ λεπτά τὰ ὅποια ἔλαβε;

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΕΚΤΟΝ.

Ὁ σκοπὸς τοῦ Γυμνάσματος τούτου εἶναι νὰ ὀδηγήσῃ τὰ παιδία εἰς τὸ νὰ εἴπωσι, πόση ποσότης πρέπει νὰ προσεθῇ εἰς δοθέντα ἀριθμὸν, διὰ νὰ κάμνῃ ἄλλον δοθέντα ἀριθμόν.

Διὰ τὸ γύμνασμα τοῦτο ὁ πίναξ πρέπει νὰ ταχθῇ τοιουτοτρόπως.

0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0

Ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ. Πόσα σφαιρίδια εἶναι εἰς τὴν πρώτην σειρὰν;

Μ. Εἰς ταύτην τὴν σειρὰν εἶναι 6.

Δ. Καὶ πόσα εἰς τὴν δευτέραν;

Μ. Εἰς ταύτην εἶναι 7.

Δ. Πόσα σφαιρίδια πρέπει νὰ προσθέσω εἰς τὰ 6 διὰ νὰ γείνωσιν 7;

Μ. Πρέπει νὰ προσθέσητε 1 εἰς τὰ 6 διὰ νὰ γείνωσιν 7.

Μετὰ ταῦτα ἐρωτήσατέ τα τὰς ἀκολουθούσους ἐρωτήσεις τάττοντες τὸν πίνακα κατὰ τὰς ἐρωτήσεις, πλὴν ὀδηγοῦντες αὐτὰ εἰς τὸ νὰ ἀποκρίνωνται εἰς τὰς ἐρωτήσεις ταύτας ὅσον τὸ δυνατόν, χωρὶς νὰ τὸν μεταχειρίζωνται.

Πόσα πρέπει νὰ προσθέσω εἰς τὰ 9 διὰ νὰ γίνωσι 10;

3	5	6
1	8	9
8	2	4
4	4	6
10	5	10
6	6	10
7	7	10
4	4	10
3	3	10
4	4	8
5	5	8
3	3	8
2	2	8
3	3	4
5	5	7
8	8	10
5	5	8
8	8	10
9	9	10
2	2	10
1	1	10
6	6	8
7	7	8
5	5	9
6	6	9

Πόσα πρέπει νὰ προσθέσω εἰς τὰ 2 διὰ νὰ γίνωσι	5
	3
	1
	3
	5
	8
	9

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Ἐρ. Ὑπεσχέθην εἰς τὸν Ἀλέξανδρον, ὅτι ἔμελλα νὰ τὸν δώσω 10 λεπτά, καὶ κατ' ἀρχὰς τοῦ ἔδοσα μόνον 6· πόσα ἔπρεπε νὰ τοῦ δώσω ἀκόμη πρὸς ἐκπλήρωσιν τῆς ὑποσχέσεώς μου;

Ἐρ. Ἐὰν τώρα ᾔσαι 6 ἐτῶν, μετὰ πόσα ἔτη θέλεις γείναι 9 ἐτῶν;

Ἐρ. Ἐὰν τώρα ᾔσαι 6 ἐτῶν, μετὰ πόσον καιρὸν θέλεις γείναι 10,

Ἐρ. Ἐχω εἰς τὸν νοῦν μὲ 2 ἀριθμοὺς, οἱ ὅποιοι προσθετόμενοι κάμνουν 9· ὁ ἓνας ἀπ' αὐτοὺς εἶναι ὁ 5, ποῖος πρέπει νὰ ᾔναι ὁ ἄλλος; καὶ διάτί;

Ἐρ. Ἐὰν ὁ Γεώργιος καὶ ὁ Νικόλαος κερδαίνωσι καθ' ἡμέραν 10 λεπτά, καὶ ἀπὸ αὐτὰ ὁ Γεώργιος κερδαίνει 4, πόσα πρέπει νὰ κερδαίνει ὁ Νικόλαος;

Κατὰ τοὺς τύπους τούτους ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ σχηματίζει ὅσα παραδείγματα δύναται, ἀπὸ τὰ τριγύρω του ἀντικείμενα, περιοριζόμενος κατὰ τὸ παρὸν μέχρι τῶν 10, καὶ ἕως ἐδῶ ἐμπορεῖ νὰ τελεώσῃ ἡ γύμνασις τῆς προσθέσεως τούτων τῶν ἀριθμῶν, ἢ

δὲ προσοχή μας ἔμπορεῖ νὰ ὁδηγηθῇ τὴν
ἀφαίρεσιν.

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ.

Ἡ πράξις τοῦ ἀφαιρεῖν ἀριθμοὺς κατωτέρους τῶν
10, ἀπὸ ἑνα πᾶσαν φορὰν ἤρχισεν ἤδη (ἴδε σελ. 17)
καὶ πρέπει νὰ ἐπαναληφθῇ ἐδῶ.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ, πόσα σφαιρίδια εἶναι εἰς
αὐτὴν τὴν σειράν; (δείχνων ὅλα τὰ σφαιρίδια τῆς
πρώτης σειρᾶς.)

Μ. 10 σφαιρίδια.

Ὁ διδάσκαλος σύρει εἰς τὸ δεξιόν του μέρος ἓν
σφαιρίδιον, καὶ ἐρωτᾷ—Τί ἔκαμα;

Μ. Ἀφαιρέσετε ἓν σφαιρίδιον ἀπὸ 2 σφαιρίδια.

Δ. Καὶ τότε πόσα μένουν; καὶ διάτί;

Μ. Μένουν 9, διότι 9 καὶ 1 κάμνουν 10.

Διδ. Λέγετέ με λοιπὸν ὅσάκις κινῶ κανὲν, πόσα ἐκί-
νησα καὶ πόσα μένουν;

1 σφαιρίδιον ἀπὸ 10 σφαιρίδια, μένουν 9 σφαιρίδια.

1	9	8
1	8	7
1	7	6
1	6	5

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Διδ. Δὲν ἔμπορῶ νὰ ἀφαιρέσω καὶ περισσότερον ἀπὸ
1 καθ' ἑκάστην φοράν;

Μ. Ναί.

Δ. Παρατηρήσατε τώρα καὶ εἰπέτε με τί θέλω
κάμνει;

2 σφαιρίδια ἀπὸ 10 σφαιρίδια μένεν 8 σφαιρίδια.

2	9	7
2	8	6
2	7	5
2	6	4
2	5	3
2	4	2
2	3	1
2	2	0

3	10	7
3	9	6
3	8	5
3	7	4
3	6	3
3	5	2
3	4	1
3	3	0

4 σφαιρίδια ἀπὸ 10 σφαιρίδια μένεν 6 σφαιρίδια.

4	9	5
4	8	4
4	7	3
4	6	2
4	5	1
4	4	0

5	10	5
5	9	4
5	8	3
5	7	2
5	6	1
5	5	0

6	10	4
6	9	3
6	8	2
6	7	1
6	6	0

7	10	3
7	9	2
7	8	1
7	7	0

8 σφαιρίδια ἀπὸ 10 σφαιρίδια μένεν 2 σφαιρίδια.

8	9	1
8	8	0
9	10	1
9	9	0
10	10	0

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΡΙΤΟΝ.

Ἐδῶ ὁ διδάσκαλος μεταβάλλει τὴν τάξιν καὶ τάττει τοὺς ἀριθμοὺς ὡς ἐφεξῆς.

Ἐὰν ἐπάρῃς	2 σφαιρίδια ἀπὸ 4	μένουν	2
3	4		1
4	4		0
2	5		3
3	5		2
4	5		1
5	5		0
2	6		4
3	6		3
4	6		2
5	6		1
2	7		5
3	7		4
4	7		3
5	7		2

Ἐὰν ἐπάρης 6 σφαιρίδια ἀπὸ 7 μένει	1
7	0
2	6
3	5
4	4
5	3
6	2
7	1
8	0
2	7
3	6
4	5
5	4
6	3
7	2
8	1
9	0
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1
10	0

Εἰς ἕκαστον βῆμα πρέπει πρῶτον νὰ γυμνάζωνται τὰ παιδία ἐπάνω τοῦ πίνακος, καὶ ἔπειτα χωρὶς αὐτόν· αἱ δὲ ἐρωτήσεις νὰ ἐνόνωνται μὲ κρίσιν.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Ἐὰν ἔχω 10 λεπτὰ καὶ ἐξοδεύσω 7, πόσα θέλουν μὲ μείνει;

Μ. 3 λεπτά.

Δ. Διὰ τί; (ἀπόδειξέ το.)

Τὸ παιδίον ἢ τὸ δείχνει ἐπάνω τοῦ πίνακος, ἢ λέγει, ἐπειδὴ 7 καὶ 3 συναπτόμενα κάμνουν 10, διὰ τοῦτο, ἂν ἀφαιρέσω 7 ἀπὸ τὰ 10, θέλουν μείνει 3.

Δ. Ἐὰν ἔχω 9 λεπτὰ, καὶ ἐξοδεύσω 6, 3, 7, 4, 5, ἢ 8 λεπτὰ, πόσα θέλουν μείνειν εἰς ἑκάστην περιστάσιν;

Δ. Ἐὰν 9 σποργήτια ἦναι εἰς βάτον, καὶ ἀπὸ αὐτὰ φύγωσι 3, πόσα θέλουν μείνει ἀκόμη εἰς τὴν βάτον;

Δ. Ἐὰν εἰς τὸ φόρεμα τοῦ Πέτρου ἦναι 10 κομβότρυπαι, καὶ ἀντικρὺ αὐτῶν μόνον 7 κομβία, πόσαι κομβότρυπαι μένουν χωρὶς κομβία;

Δ. Ἐὰν εἰς ἓν χωρίον ἦσαν 9 οἰκίαι, καὶ ἀπὸ αὐτὰς ἐκάησαν 5, πόσαι οἰκίαι ἔμειναν εἰς τὸ χωρίον;

Δ. Ἐὰν ὁ Γεώργιος ἔχῃ ν' ἀντιγράφη 7 στίχους τὴν ἡμέραν, καὶ διαμοιράζων αὐτοὺς, γράφη 4 πρὸ

τοῦ γεύματος, πόσοι θέλουν τοῦ μένει διὰ τὸ ἀπόγευμα;

Δ. Ἐὰν ἡ Ἀριέττα μέλλῃ νὰ μανθάνῃ 8 στίχους τὴν ἑβδομάδα, καὶ ἕως τὴν παρασκευὴν ἐμάνθανε 5, πόσους ἄρα γε ἔμελλε νὰ μάθῃ τὸ σάββατον;

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Ὁ σκοπὸς τοῦ γυμνάσματος τούτου εἶναι ὁ ἐναντίος τοῦ ἑκτοῦ γυμνάσματος τῆς προσθέσεως, καὶ ἀποβλέπει εἰς τὸ νὰ διδάξῃ τὰ παιδιά νὰ λέγῳσι, πόσα πρέπει ν' ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ δοθέντα ἀριθμὸν, διὰ νὰ μείνῃ ἄλλος δοθεὶς ἀριθμός.

Ὁ πίναξ τάττεται κατὰ τὸν τρόπον ὡς καὶ εἰς τὸ ἑκτὸν γύμνασμα, (ἰδὲ σελ. 36)

Ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ.—Πόσα εἶναι εἰς τὴν δευτέραν σειράν;

Μ. 7.

Δ. Πόσα εἰς τὴν πρώτην;

Μ. 6.

Δ. Πόσα σφαιρίδια πρέπει νὰ ἐπάρῳ λοιπὸν διὰ νὰ μείνωσιν 6, εἰς τὴν δευτέραν σειράν;

Μ. Πρέπει νὰ ἐπάρετε 1, διότι 6 καὶ 1 κάμνουν 7.

Πόσα πρέπει νὰ ἐπάρῳ ἀπὸ 10 σφαιρ. διὰ νὰ ἔχω 8;

10 7;

10 6;

Πόσα πρέπει νὰ ἐπάρω ἀπὸ 10 σφαιρ. διὰ νὰ ἔχω 5;

9	8;
9	7;
9	6;
9	5;
8	7;
8	6;
8	5;
8	4;
7	6;
7	5;
7	4;
7	3;

ΕΝΩΣΙΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ.

Θέλει εἶσθαι ὠφέλιμον πρὶν νὰ προχωρήσωσιν εἰς ἀριθμοὺς μεγαλητέρους τῶν 10, νὰ γυμνάζωνται τὰ παιδιά εἰς τὴν μικτὴν χρῆσιν τῆς προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως· τοῦτο δὲ πρέπει νὰ γίνεται ὅσον τὸ δυνατόν, χωρὶς πίνακα κατὰ τὸν τύπον τῶν ἀκολουθῶν ἐρωτήσεων.

Ἐὰν προσθέσω 5 εἰς τὰ 5 καὶ ἐπάρω 6, πόσα μένουν;

3	7	9
4	6	7
3	7	8
8	2	5

Ἐὰν προσθέσω 4 εἰς τὰ 4, καὶ ἐπάρω 6, πόσα μένουν;

7 3 4

6 4 2

6 3 2

5 4 6

3 3 5

4 4 6

5 5 8

3 4 5

Ἐὰν προσ. 3 καὶ 3 καὶ 4, καὶ ἐπάρω 5, πόσα μένουν;

7 2 1 4

6 2 2 7

5 3 2 6

5 4 1 7

Ἐὰν ἀπὸ 10, ἀραιρεθῶσι 5, καὶ 3 ἀπὸ τὸ κατάλοιπον, καὶ προστεθῶσι 2, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 7 ἀφαιρεθῶσι 3 καὶ 3 ἀπὸ τὸ κατάλοιπον, καὶ προστεθῇ 1, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 8 ἀραιρεθῶσι 4, καὶ 4 ἀπὸ τὸ κατάλοιπον, καὶ προστεθῶσι 2, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 7 ἀφαιρεθῶσι 5, καὶ 2 ἀπὸ τὸ κατάλοιπον, καὶ προστεθῶσιν 7, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 9 ἀφαιρεθῶσι 4 καὶ 4 ἀπὸ τὸ κατάλοιπον, καὶ προστεθῶσιν 9, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 10 ἀφαιρεθῶσι 3, καὶ πάλιν 3, καὶ πάλιν 3, καὶ προστεθῶσι 2, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 8 ἀφαιρεθῶσι 2, καὶ πάλιν 2, καὶ πάλιν 2, καὶ προστεθῶσι 5, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 8 ἀφαιρεθῶσι 3, καὶ πάλιν 2, καὶ πάλιν 0, καὶ προστεθῶσιν 6, τί θέλουν γείνει;

Ἐὰν ἀπὸ 10 ἀφαιρεθῶσι 2, καὶ πάλιν 2, καὶ πάλιν 2, καὶ προστεθῶσι 5, πόσα θέλουν γείνει;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Ἐὰν ἔχω 10 λεπτὰ καὶ ἐξοδεύσω 6, καὶ ἔπειτα 3, πόσα θέλω ἔχει;

Ἐὰν πληρώσω εἰς τὸν ταχυδρόμον 4 λεπτὰ διὰ μίαν γραφὴν καὶ 3 διὰ μίαν ἄλλην, καὶ 2 δι' ἄλλας 2 πρὸς 1 λεπτὸν ἐκάστην, πόσα πρέπει τὰ τὸν πληρώσω;

Ἐνας βοσκὸς εἶχεν 8 πρόβατα καὶ 2 σκύλους· ὁ λύκος ὑπῆγε τὴν νύκτα καὶ ἐπῆρε 3 πρόβατα, πόσα ζῶα ἔμειναν; κτλ.

Ἐὰν στήλη δέκα ποδῶν ἐβάλθη εἰς λίμνην, καὶ 3 πόδες ἦσαν εἰς τὸ νερὸν, 4 δὲ ὑπεράνω τοῦ νεροῦ, πόσοι πόδες εὗρίσκοντο εἰς τὴν λάσπην;

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Ἐφοῦ ὁ διδάσκαλος εἰς τὸ πρῶτον μέρος ἐξέθεσεν εἰς τὰ παιδιά ἕκαστον ὠφέλιμον συνδυασμὸν τῶν ἀριθμῶν μέχρι τῶν 10, προοδεύει τώρα εἰς τὸ νὰ ἐκτείνῃ τὴν γνῶσιν των εἰς ἀριθμοὺς ὑπερβαίνοντας τὰ 10 τοιουτοτρόπως.

Διδ. Αἱ παιδιά! τίς εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς εἰν τὸν ὁποῖον ἐγυμνάσθητε;

Μ. Ὁ 10 εἶναι ὁ μεγαλύτερος.

Δ. Πόσα σφαιρίδια εἶναι εἰς ἑκάστην σειρὰν τοῦ πίνακός σας;

Μ. Δέκα εἰς ἑκάστην σειρὰν.

Δ. Καὶ πόσαι σειραὶ εἶναι;

Μ. Δέκα.

Δ. Ἀλλὰ δὲν ἐμποροῦμεν νὰ μετρήσωμεν ὅλα αὐτὰ ὁμοῦ, ἢ μέρος μόνον αὐτῶν;

Δ. Ἐμπορεῖς νὰ μὲ εἴπῃς, ἂν ἔχῃς τόσα λεπτὰ ὅσα παρασαίνει μία σειρὰ, καὶ ἓν σφαιρίδιον ἀκόμη, πῶς θέλεις τὰ ὀνομάσῃ;

Μ. Δὲν ἐξεύρομεν πῶς νὰ τὰ ὀνομάσωμεν.

Ὁ διδάσκαλος τάττει τὸν πίνακα κατὰ τὴν ἀκόλουθον τάξιν.

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0

Δ. Πόσα εἶναι εἰς τὴν πρώτην σειράν;

Μ. 10 εἰς τὴν πρώτην σειράν.

Δ. Πόσα εἰς τὴν δευτέραν;

Μ. 1.

Δ. Συνάψατέ τα.

Μ. 10 καὶ 1.

Δ. Ἐξεύρετε πῶς νὰ ὀνομάσετε τὰ 10 καὶ 1;

Μ. Δὲν ἐξεύρομεν.

Δ. Δέκα καὶ ἓν ὀνομάζονται ἑνδεκα. Πῶς λοιπὸν ἐκάμαμεν τὰ ἑνδεκα;

Μ. Ἀπὸ τὰ δέκα καὶ ἓν.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὁ διδάσκαλος σύρων 2 σφαιρίδια ἀπὸ τὴν δευτέραν σειράν, τὰ ὀδηγεῖ νὰ γνωρίσωσι τὰ 12, ὡς 10 καὶ 2.

τὰ 13 ὡς 10 καὶ 3

14 10 4

15 10 5

16 10 6

17 10 7

18 10 8

19 10 9

Δ. Καὶ πόσα σφαιρίδια περιέχει ὅλη ἡ σειρά ;
 Μ. 10.

Δ. Ναὶ 10 καὶ 10 ἢ δύο φοράς 10 ὀνομάζονται 20.

Ἐνταῦθα πρέπει νὰ γυμνασθῶσιν ἱκανῶς τὰ παι-
 δία εἰς τὸ νὰ γνωρίζωσιν ἐντελῶς τὰς ἐκφράσεις
 ταύτας, καὶ συμφέρει νὰ προσθέτωνται εἰς τὰ συνήθη
 ὀνόματα 11, 12, 13 κτλ. καὶ αἱ ἀκόλουθοι ἀπλᾶι
 ἐπεξηγήσεις, 10, καὶ 1, 10 καὶ 2, 10 καὶ 3 κτλ. διὰ
 ν' ἀποκτήσῃ τὸ παιδίον τὴν γνῶσιν τῶν ἀριθμῶν τού-
 των μὲ ὀνόματα ἀπλούστατα· καὶ ἐπειδὴ τὰ ὀνόμα-
 τα ταῦτα εἶναι τὰ πλέον κατάλληλα μὲ τὸν συνήθη
 τρόπον τῆς ἀριθμήσεως, δηλ. 21, 22 κτλ. διὰ τοῦτο
 ὁ νοῦς τῶν παιδίων ὑπόκειται εἰς ὀλιγωτέρους περι-
 πλεγμούς. Ἐνῶ τὰ συνήθη ὀνόματα 11, 12 κτλ.
 ἀντιβαίνουν εἰς τὴν διαίρεσιν τῶν ἀριθμῶν κατὰ
 τμήματα δεκάδων· διότι τὸ παιδίον ἀπατῶμενον
 ἀπὸ ταῦτα τὰ συνήθη ὀνόματα, νομίζει ὅτι ἡ διαίρεσις
 γίνεται εἰς τμήματα εἰκάδων ἢ ἀνὰ εἴκοσι, καὶ ἐπο-
 μένως ἀριθμεῖ ἴσως εἴκοσιν-ἐννέα, εἴκοσι-δέκα, εἴκο-
 σιν-ἐνδεκα κτλ. τοῦτο δὲ θέλουν τὸ ἀποφύγει ὅλως
 διόλου τὰ παιδία διὰ τοῦ ἀνωτέρου τρόπου.

Ἡ γύμνασις αὕτη γίνεται κατὰ δύο τρόπους, ἢ
 ὁ διδάσκαλος σύρει ἀπὸ τὴν δευτέραν σειρὰν ἓνα
 ἀριθμὸν καὶ ἐρωτᾷ.

Δ. Πόσα εἶναι ἐδῶ συμπεριλαμβάνων καὶ τὴν πρῶ-
 τὴν σειρὰν ;

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0

Μ. Εἶναι δεκαῆξ, ἢ δέκα καὶ ἕξ.

^ΑΗ ὁ διδάσκαλος δύναται νὰ ὀδηγήσῃ τὰ παιδιά εἰς τὸ νὰ δεικνύωσιν εἰς τὸν πίνακα δεκαῆξ, καὶ ἔπειτα νὰ τὰ ἐρωτᾷ πῶς ἐκάματε 16.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Ὁ διδάσκαλος ἐνταῦθα προχωρεῖ εἰς τὸ νὰ διδάξῃ τὰ παιδιά νὰ προσθέτωσιν ἀπὸ 1 ἐκάστην φοράν ἕως νὰ καταντήσωσιν εἰς τὰ 20.

10 σφαιρ. καὶ 1 σφ. γίνον.	11 σφ. ἢ 1 δεκάς καὶ 1
11 1	12 ἢ 1 2
12 1	13 ἢ 1 3
13 1	14 ἢ 1 4
14 1	15 ἢ 1 5
15 1	16 ἢ 1 6
16 1	17 ἢ 1 7
17 1	18 ἢ 1 8
18 1	19 ἢ 1 9
19 1	20 ἢ 2 δεκάδες.

Τοῦτο τὸ βῆμα μολονότι σύντομον, πρέπει νὰ ἐπαναλαμβάνεται ἐπιμελῶς, ἕως νὰ ἐμποροῦν τὰ παιδιά νὰ προσθέτωσιν ἀνὰ ἓν ἐκάστην φοράν, ἀπὸ 1

μέχρι τῶν 20 ἀπταίσως, διότι διὰ τῆς ἀκριβοῦς
γυμνάσεως εἰς τοῦτο τὸ βῆμα θέλουν ἀποφύγει πολ-
λὰς δυσκολίας εἰς τὰ ἐφεξῆς μαθήματα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Πόσα κάμνουν	10	καὶ	1
	9		1
	16		1
	15		1
	18		1
	17		1

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΡΙΤΟΝ.

Τὸ γύμνασμα τοῦτο ὁδηγεῖ τὰ παιδιά νὰ προσ-
θέτωσιν ἀνὰ 2 ἐκάστην φοράν μέχρι τῶν 10.

0 0

Μ. Ἴδού 2 σφαιρίδια.

0 0 0 0

Μ. 2 σφαιρίδια καὶ 2 σφαιρίδια κάνουν 4 σφαιρί-
δια. Οὕτως ἐξακολουθεῖτε νὰ γεμίζετε τὴν πρῶ-
την σειρὰν τοῦ πίνακος πρὶν νὰ προχωρήσετε
εἰς τὴν δευτέραν.

Ἴδού δύο σφαιρίδια.

2 σφαιρίδια καὶ 2 σφαιρίδια γίνονται 4 σφαιρ.			
4	2	6	
6	2	8	
8	2	10	
10	2	12	ἢ μια δεκάς καὶ 2
12	2	14	4
14	2	16	6
16	2	18	8
18	2	20	ἢ δύο δε- κάδες.

Διὰ νὰ γυμνασθῶσι τὰ παιδιά εἰς τοὺς περιττοὺς ἀριθμοὺς, πρέπει ν' ἀρχίζῃ ὁ διδάσκαλος ἀπὸ τὸ 1 τοιουτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 1 σφαιρίδιον.

1 σφαιρίδιον καὶ 2 σφαιρίδια γίνον. 3 σφαιρίδια.			
3	2	5	
5	2	7	
7	2	9	
9	2	11	ἢ 1 δεκάς καὶ 1
11	2	13	ἢ 1 3
13	2	15	ἢ 1 5
15	2	17	ἢ 1 7
17	2	19	ἢ 1 9
19	1	20	ἢ 2 δεκάδες.

Ὁ διδάσκαλος προχωρεῖ τώρα νὰ προσθέτῃ ἀπὸ 3 ἐκάστην φοράν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ἐξακολουθῶν τὸ αὐτὸ καὶ εἰς τοὺς λοιποὺς ἀριθμούς· χρεωθεῖ ὅμως νὰ μὴ προχωρῇ εἰς νέον ἀριθμὸν, πρὶν τὰ παιδία ἀποκτήσωσιν ἐντελῆ γύμνασιν εἰς τὸν προλαβόντα.

Εἶναι 3 σφαιρίδια.

3 σφαιρ. καὶ 3 σφαιρ. γίνονται 6 σφαιρ.

6	3	9	
9	3	12	ἢ 1 δεκάς καὶ 2
12	3	15	ἢ 1 5
15	3	18	ἢ 1 8
18	2	20	ἢ 2 δεκάδες.

Ἡ τοιοῦτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 1 σφαιρίδιον.

3 σφαιρίδια καὶ 1 σφαιρ. γίνονται 4 σφαιρίδια.

4	3	7	
7	3	10	ἢ μία δεκάς.
10	3	13	ἢ καὶ 3
13	3	16	ἢ 6
16	3	19	ἢ 9
19	1	20	ἢ 2 δεκάδες.

Εἰς τὸ ἀκόλουθον βῆμα γίνεται πρόσθεσις ἀπὸ 4

4 σφαιρίδια καὶ 4 σφαιρ. γίνονται 8 σφαιρίδια.
 8 4 12 ἢ μία δεκάς καὶ 2
 12 4 16 6
 16 4 20 ἢ 2 δεκάδες.

Ἡ τοιουτοτρόπως.

Ἐδὼ εἶναι 1 σφαιρίδιον.

4 σφαιρίδια καὶ 1 σφαιρ. γίνονται 5 σφαιρίδια.
 5 4 9
 9 4 13 ἢ μία δεκάς καὶ 3
 13 4 17 7
 17 3 20 ἢ 2 δεκάδες.

Εἰς τὸ ἀκόλυσθον βῆμα γίνεται πρόσθεσις ἀπὸ 5.

Ἐδὼ εἶναι 5 σφαιρίδια.

5 καὶ 5 εἶναι 10
 10 5 15
 15 5 20 ἢ 2 δεκάδες.

Ἡ τοιουτοτρόπως.

Ἐδὼ εἶναι 1 σφαιρίδιον.

1 σφαιρίδιον καὶ 5 σφαιρ. εἶναι 6 σφαιρίδια.
 6 5 11 ἢ 1 δεκάς καὶ 1
 11 5 16 ἢ 1 6
 16 4 20 ἢ 2 δεκάδες.

Εἰς τὸ ἀκόλουθον βῆμα γίνεται πρόσθεσις ἀπὸ ἕξ.

Ἐδῶ εἶναι σφαιρίδια.

6 σφαιρ.	καὶ 6 σφαιρ.	γίνονται 12 ἢ 1 δεκάς καὶ 2
12	6	18 ἢ 1 8
18	2	20 ἢ 2 δεκάδες.

*Η τοιουτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 3 σφαιρίδια.

3 σφαιρίδια καὶ 6 σφαιρ.	εἶναι 9 σφαιρίδια.	
9	6	15 ἢ 1 δεκάς καὶ 5
15	5	20 ἢ 2 δεκάδες.

Εἰς τὸ ἐφεξῆς βῆμα γίνεται πρόσθεσις ἀπὸ 7.

Ἐδῶ εἶναι 7 σφαιρίδια.

7 σφαιρ. καὶ 7 σφ.	γίνον. 14 σφ. ἢ 1 δεκάς καὶ 4	
14	6	20 ἢ 2 δεκάδες.

*Η τοιουτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 4 σφαιρίδια.

4 σφαιρ. καὶ 7 σφαιρ.	γίνον. 11 σφ. ἢ 1 δεκάς καὶ 1	
11	7	18 ἢ 1 8
18	2	20 ἢ 2 δεκάδες.

Εἰς τὸ ἀκόλουθον βῆμα γίνεται πρόσθεσις ἀπὸ 8.

8 σφ. καὶ 8 σφ.	γίνονται 16 σφ. ἢ 1 δεκ. καὶ 6	
16	4	20 ἢ 2 δεκάδες.

^αΗ τοιουτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 3 σφαιρίδια.

8 σφ.	καὶ 3 σφ.	γίνονται 11 σφ.	ἢ 1 δεκ.	καὶ 1
11	8	19	ἢ 1	9
19	1	20	ἢ 2 δεκάδες.	

Εἰς τὸ ἀκόλουθον βῆμα προσθέτονται ἀπὸ 9.

Ἐδῶ εἶναι 9 σφαιρίδια.

9 σφ.	καὶ 9 σφ.	γίνονται 18 σφ.	ἢ 1 δεκάς καὶ 8
18	2	20	ἢ 2 δεκάδες.

^αΗ τοιουτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 2 σφαιρίδια.

9 σφ.	καὶ 2 σφ.	γίνονται 11 σφ.	ἢ 1 δεκ.	καὶ 1
11	9	20	ἢ 2 δεκάδες.	

Εἰς τὸ ἀκόλουθον βῆμα γίνεται πρόσθεσις ἀπὸ 10.

Ἐδῶ εἶναι 10 σφαιρίδια.

10 σφ.	καὶ 10 σφ.	γίνονται 20 σφ.	ἢ 2 δεκάδες.
--------	------------	-----------------	--------------

^αΗ τοιουτοτρόπως.

Ἐδῶ εἶναι 4 σφαιρίδια.

10 σφ.	καὶ 4 σφ.	γίνον. 14 σφ.	ἢ 1 δεκάς καὶ 4
14	6	20	ἢ 2 δεκάδες.

Ἀφοῦ προχωρήσωσι τὰ παιδία ἕως ἐδῶ, ὁ ἀκόλουθος πίναξ θέλει εἶσθαι πολλὰ ὠφέλιμος πρὸς γυμνασίῳ των.

1 καὶ	1	κάμ.	2	4 καὶ	1	κάμ.	5	7 καὶ	1	κάμ.	8
	2		3		2		6		2		9
	3		4		3		7		3		10
	4		5		4		8		4		11
	5		6		5		9		5		12
	6		7		6		10		6		13
	7		8		7		11		7		14
	8		9		8		12		8		15
	9		10		9		13		9		16
2 καὶ	1	κάμ.	3	5 καὶ	1	κάμ.	6	8 καὶ	1	κάμ.	9
	2		4		2		7		2		10
	3		5		3		8		3		11
	4		6		4		9		4		12
	5		7		5		10		5		13
	6		8		6		11		6		14
	7		9		7		12		7		15
	8		10		8		13		8		16
	9		11		9		14		9		17
3 καὶ	1	κάμ.	4	6 καὶ	1	κάμ.	7	9 καὶ	1	κάμ.	10
	2		5		2		8		2		11
	3		6		3		9		3		12
	4		7		4		10		4		13
	5		8		5		11		5		14
	6		9		6		12		6		15
	7		10		7		13		7		16
	8		11		8		14		8		17
	9		12		9		15		9		18

10 καὶ	{	1 κάμ. 11	11 καὶ	{	1 κάμ. 12	12 καὶ	{	1 κάμ. 13
		2 12			2 13			2 14
		3 13			3 14			3 15
		4 14			4 15			4 16
		5 15			5 16			5 17
		6 16			6 17			6 18
		7 17			7 18			7 19
		8 18			8 19			
		9 19						

13 καὶ	{	1 κάμνην 14	15 καὶ	{	1 κάμνην 16
		2 — 15			2 — 17
		3 — 16			3 — 18
		4 — 17			4 — 19
		5 — 18			1 — 17
		6 — 19			2 — 18
14 καὶ	{	1 — 15	16 καὶ	{	3 — 19
		2 — 16			1 — 18
		3 — 17			2 — 19
		4 — 18			18 καὶ 1 — 19
		5 — 19			

Εἶναι φανερόν ὅτι αἱ βάσεις τῶν εἰς τὸ πρῶτον μέρος δοθέντων διαφόρων γυμνασμάτων πρέπει νὰ ἐκτανθῶσιν ἐνταῦθα μέχρι τῶν 20· παραδ. χάριν. Νὰ λέγωσι τὰ παιδιά ἀπὸ 2 ἀριθμοὺς τὸν μεγαλή-

τερον καὶ μικρότερον μέχρι τῶν 20 (ἰδὲ μέρος α'. γύμνασμα 3. σελ. 20.)

Νὰ λέγωσι πόσοι διάφοροι συνδυασμοὶ μὲ δύο ἀριθμοὺς ἐμποροῦν νὰ γείνωσιν εἰς ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν κατώτερον τῶν 20 (ἰδὲ μέρος α'. γύμνασμα 4. σελ. 30.)

Νὰ λέγωσι πόσα πρέπει νὰ προσεθῶσιν εἰς δοθέντα ἀριθμὸν, διὰ νὰ προκύψῃ ἄλλος δοθεὶς ἀριθμὸς (ἰδὲ μέρος α'. γύμνασμα 5. σελ. 33.)

Νὰ λέγωσι πῶς νὰ κάμωσιν εἰς δοθέντα ἀριθμὸν κατώτερον τῶν 20, προσθέτοντα τρεῖς ἀριθμοὺς ὁμοῦ (ἰδὲ μέρος α'. γύμνασμα 6. σελ. 36.)

Εἶναι περιττὸν νὰ δώσωμεν ἐνταῦθα τὴν λεπτομέρειαν τούτων τῶν γυμνασμάτων, ἐπειδὴ ἀρκοῦν, ὡς νομίζομεν, αἱ ἀκόλουθοι περὶ τούτων ἐρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Πόσα εἶναι 10 καὶ 1; 16 καὶ 1; 19 καὶ 1, 9 καὶ 2, 11 καὶ 3, 15 καὶ 4, 8 καὶ 6, 7 καὶ 5, 6 καὶ 9, 7 καὶ 9, 9 καὶ 9, 12 καὶ 4, 13 καὶ 5, 17 καὶ 3, 15 καὶ 4, 13 καὶ 5, 17 καὶ 3, 15 καὶ 4, 3 καὶ 6, 11 καὶ 9, 12 καὶ 8, 13 καὶ 7 κτλ.

Εἰπέ με 3 ἀριθμοὺς μεγαλητέρους τοῦ 9.

5

14

Εἰπέ με 3 μεσαίους ἀριθμούς μεταξύ τῶν 8 καὶ 13 κτλ.

Ποῖοι δύο ἀριθμοὶ κάμνουν 13;

Κατὰ πόσους διαφόρους τρόπους ἐμπορεῖς νὰ κάμης τὸν 13, μὲ δύο ἀριθμούς μὴν ὑπερβαίνοντας τὸν 10;

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἄς γείνωσιν οἱ 15, 18, 12, 19, κτλ.

Κατὰ πόσους διαφόρους τρόπους ἐμπορεῖς νὰ κάμης τὸν 20, μὲ 3 ἀριθμούς μὴν ὑπερβαίνοντας τὸν 9;

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ πόσα σφαιρίδια εἶναι εἰς αὐτὰς τὰς 2 σειρὰς (δείχνων τὰς 2 ἀνωτέρας σειρὰς τοῦ πίνακος.)

Μ. 20 σφαιρίδια ἢ 2 δεκάδες.

Ὁ διδάσκαλος ἐνῶ σύρει ἀπὸ τὰ ἀριστερὰ ἐν σφαιρίδιον τῆς δευτέρας σειρᾶς, ἐρωτᾷ-ἐμπορῶ νὰ ἀφαιρέσω ἐν ἀπὸ αὐτά;

Μ. Ναί.

Δ. Ἄν ἀφαιρέσω ἢ ἐπάρω ἐν ἀπὸ τὰ εἴκοσι, πόσα θέλουν μείνειν;

M. ^Α Αν ἐπ. 1 σφ. ἀπὸ τὰ 20 σφ. μέν. 19 ἢ 1 δεκ. καὶ 9	
1 19 18 ἢ 1 8	
1 18 17 ἢ 1 7	
1 17 16 ἢ 1 6	
1 16 15 ἢ 1 5	
1 15 14 ἢ 1 4	
1 14 13 ἢ 1 3	
1 13 12 ἢ 1 2	
1 12 11 ἢ 1 1	
1 11 10 ἢ 1 0	

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Δ. Δὲν ἐμπορῶ παρομοίως ν' ἀφαιρέσω 2 ἀπὸ τὰ 20;

M. Ναί.

^Α Αν ἐπάρ. 2 σφ. ἀπὸ 20 σφ. μένεν 18 ἢ μία δεκάς καὶ 8	
2 18 16 ἢ 1 6	
2 16 14 ἢ 1 4	
2 14 12 ἢ 1 2	
2 12 10 ἢ 1 0	

κτλ. (βλέπε σελ. 40.)

Κάποτε ὁ διδάσκαλος ἐμπορεῖ ν' ἀρχίζῃ ἀφαιρῶν 1 κατὰ πρώτην φοράν, διὰ νὰ μένωσιν εἰς τὰ κατάλοιπα περιττοὶ ἀριθμοὶ, οὕτω καὶ εἰς ἕκαστον τῶν ἀκολουθῶν βημάτων.

^αΑν ἐπάρ. 1 σφ. ἀπὸ 20 σφ. μένεν 19 ἢ μία δεκάς καὶ 9

2 19 17 7

2 17 15 5

2 15 13 3

2 13 11 1 κτλ.

Εἰς τὸ ἀκόλουθον βῆμα θέλει γίνεσθαι ἀφαίρεσις ἀπὸ 3 ἐκάστην φοράν.

^βΕὰν ἐπάρετε 3 ἀπὸ 20 μέν. 17 ἢ μία δεκάς καὶ 7

3 17 14 4

3 14 11 1

Εἰς τὸ ἀκόλουθον θέλει γίνεσθαι ἀφαίρεσις ἀπὸ 4.

4 20 16 ἢ μία δεκάς καὶ 6

4 16 12 2

4 12 8

Εἰς τὸ ἀκόλουθον ἀπὸ 5.

5 20 15 ἢ μία δεκάς καὶ 5

5 15 10

5 10 5

Εἰς τὸ ἀκόλουθον ἀπὸ 6.

^αΑν ἐπάρετε 6 σφ. ἀπὸ 20 μένεν 14 ἢ 1 δεκάς καὶ 4

6 14 8

Εἰς τὸ ἀκόλουθον ἀπὸ 7.

^αΑν ἐπάρετε 7 σφ. ἀπὸ 20 μένεν 13 ἢ 1 δεκάς καὶ 3

7 13 6

Εἰς τὸ ἀκόλουθον ἀπὸ 8.

^αΑν ἐπάρετε 8 σφ. ἀπὸ 20 μένεν 12 ἢ 1 δεκάς καὶ 2

8 12 4

Εἰς τὸ ἀκόλουθον ἀπὸ 9.

9 20 11 ἢ 1 καὶ 1

9 11 2

Εἰς τὸ ἀκόλουθον ἀπὸ 10.

10 20 10 ἢ 1 δεκάς.

10 10 τίποτε.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὁ διδάσκαλος μορφώνει κατὰ διαφόρους τρόπους τὴν τάξιν ὡς εἰς τὸ πρῶτον μέρος.

^αΑν ἐπάρετε 2 σφαιρ. ἀπὸ 11 σφαιρ. μένεν 9 σφαιρ.

3 11 8

4 11 7

5 11 6

6 11 5

7 11 4

8 11 3

9 11 2

10 11 1

11 11 μηδέν.

^βΕὰν ἐπάρ. 2 σφ. ἀπὸ 12 σφ. μένεν 10 σφ. ἢ 1 δεκάς.

3 12 9

4 12 8

5

Ἐὰν ἐπάρ. 5 σφ. ἀπὸ 12 σφ. μένεν 7 σφ.

6	12	6
7	12	5
8	12	4
9	12	3
10	12	2
11	12	1
12	12	μηδέν.

2	13	11
3	13	10
4	13	9
5	13	8
6	13	7
7	13	6
8	13	5
9	13	4
10	13	3
11	13	2
12	13	1
13	13	μηδέν.

Καὶ οὕτω καθεξῆς εἰς ὅλους τοὺς ἄλλους ἀριθμούς.
Τὰ παιδιά πρέπει νὰ γυμνάζωνται καὶ εἰς τοὺς δύο
προηγούμενους κανόνας, λέγοντα πόσα πρέπει νὰ
ληφθῶσιν ἀπὸ δοθέντα ἀριθμὸν διὰ νὰ μείνη
ἄλλος.

Δ. Πόσα πρέπ. νὰ ἐπάρ. ἀπὸ τὰ 11 διὰ νὰ ἔχω 10;

12 10

13 10

14 10

15 10

14 13

15 13

16 13

17 13

18 13

19 13

20 13

20 19

20 18

20 17

20 16

20 15

17 16

17 15

17 14

17 13

17 12

17 11

17 10;

Εἶναι περιττὸν νὰ δώσωμεν πλειοτέρας λεπτομερεῖς ἐκθέσεις, τὰς ὁποίας ἡ κρίσις τοῦ διδασκάλου ὀδηγουμένη ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα δύναται εὐκόλως νὰ ἐφευρίσκη.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

Ἄν ἐπάρω 1 ἀπὸ 20 πόσα μένουν;
1 16 — ἀπὸ 14, ἀπὸ 19, ἀπὸ 13
ἀπὸ 17 κτλ. πόσα μένουν;

Ἐὰν ἐπάρω 1 ἀπὸ 9, 16, 18, 14, 15 κτλ. πόσα μένουν;
3 17,
3 11, 14, 17, 20.
5, 6, 8, 9, 11, 14, ἀπὸ 15 πόσα μένουν;

Ποῖον ἀριθ. πρέπ. νὰ ἐπάρ. ἀπὸ 19 διὰ νὰ μείνωσιν 7;
16 4;
13 9;
20 7;
12 3;
18 6;
15 11;
17 9;
19 5, ἢ 7,

ἢ 11, ἢ 8, ἢ 12, ἢ 16;

ΔΙΑΦΟΡΟΙ

ΠΕΡΙ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

- Α'. Γυνή πτωχή εἶχε 18 ὀρνιθόπουλα· ἡ ἀλώπηξ ὑπῆγε τὴν νύκτα καὶ τῆς ἔκλεψε 5, πόσα τῆς ἔμειναν;
- Β'. Παιδίον μικρὸν συνάζον βαλανίδια ἔλαβε μισθὸν τὴν δευτέραν 4 λεπτά, τὴν τρίτην 3, τὴν τετάρτην 5, τὴν πέμπτην ἔβρεχε καὶ δὲν ἠμπόρεσε νὰ ὑπάγῃ, τὴν παρασκευὴν 5, καὶ τὸ Σάββατον βιαζόμενον νὰ ὑπάγῃ εἰς τὴν ἀγορὰν, ἔλαβε μόνον 2· τώρα πόσα ἐκέρδησεν ὅλην τὴν Ἑβδομάδα;
- Γ'. Ἕνας ἄνθρωπος εἶχε 18 πετεινοὺς εἰς τὸ περιβόλιόν του, ἐκ τῶν ὁποίων ἐκλέφθησαν ἑπτὰ τὴν νύκτα· τὸ ἀκόλουθον πρωὶ πόσους εἶχε;
- Δ'. Παιδίον ἔλαβε δῶρον 17 ὠραῖα κόκκινα μῆλα· ἔδωσεν εἰς τὴν μεγάλην τὴν ἀδελφὴν 3, εἰς τὴν μικροτέραν 2, καὶ εἰς τὸν μικρὸν τὴν ἀδελφὸν 1· πόσα ἐφύλαξε διὰ τὸν ἑαυτόν του,

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Ὁ διδάσκαλος διευθύνει τὴν προσοχὴν τῶν παιδίων εἰς τοὺς ἄλλους συνδυασμοὺς τῶν δεκάδων, ὡς ἑφεξῆς.

Δ. Πόσαι δεκάδες εἶναι εἰς τὸν πίνακα;

Μ. Δέκα Δεκάδες.

Δ. Διὰ τί;

Μ. Ἐπειδὴ εἶναι 10 σφαιρίδια εἰς πᾶσαν σειρὰν, αἱ σειραὶ εἶναι δέκα.

Δ. Ἐξεύρετε πῶς λέγονται αἱ 10 δεκάδες μὲ μίαν λέξιν;

Μ. Ὅχι.

Δ. Δέκα δεκάδες λαμβανόμεναι ὁμοῦ λέγονται ἑκατὸν ἢ 1 ἑκατοντάς.

Τὰ παιδιά ἐπαναλαμβάνουν τοῦτο.

Δ. Πῶς λέγονται δύο δεκάδες;

Μ. Δύο δεκάδες λέγονται 20.

Δ. Δὲν εἶναι λοιπὸν καλὸν νὰ ἔχωμεν ὀνόματα καὶ διὰ 2 δεκάδας καὶ διὰ 3 καὶ διὰ 4 δεκάδας;

Μ. Ναί,

Δ. Καλῶς. Ἐδῶ εἶναι 3 δεκάδες (δείχνων τὰς 3 πρώτας σειρὰς τοῦ πίνακος.)

3	δεκάδες	λέγονται	τριάκοντα.
4	—	—	τεσσαράκοντα.
5	—	—	πεντήκοντα.
6	—	—	ἑξήκοντα.
7	—	—	ἑβδομήκοντα.
8	—	—	ὀγδοήκοντα.
9	—	—	ἐνεννήκοντα.
καὶ 10	—	—	ἑκατὸν ἢ 1 ἑκατοντάς.

Ἐδῶ τὰ παιδία ἐξετάζονται.

Πῶς λέγετε μὲ μίαν λέξιν 4, 5, 6 δεκάδας κτλ;

Εὐθὺς ἀφοῦ κάμωσιν ἐντελῇ γύμνασιν εἰς αὐτὰς τὰς ὀνομασίας, ἀνοίγεται μέγα σάδιον ἔμπροσθέν των, μὲ τὸ ὁποῖον θέλουν οἰκειωθῇ εὐκολώτατα· ἂν ὅμως δὲν γυμνασθῶσιν ἄρκετὰ εἰς τὰ προηγηθέντα, θέλουν ἀπαντήσῃ δυσκολίας μεγαλωτάτας.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Δ. Δὲν ἐμποροῦμεν νὰ συνάψωμεν δεκάδας κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὡς καὶ εἰς τὰς μονάδας;

Μ. Ναί.

1 δεκάς καὶ μία δεκάς γίνονται 2 δεκάδες ἢ εἴκοσι.

2

3

3

4

4

5

5 δεκάδες καὶ μία δεκάς γίνον. 6 δεκάδες.

6

7

7

8

8

9

9

10

1 δεκάς καὶ 5 δεκάδες πόσαι δεκάδες γίνονται;
40 καὶ 10 πόσα γίνονται;

7 δεκάδες καὶ 1 δεκάς πόσας δεκάδας κάμνουν;
80 καὶ 10 πόσα γίνονται;

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΡΙΤΟΝ.

Δ. Δὲν ἐμποροῦμεν παρομοίως νὰ προσθέσωμεν 2
δεκάδας εἰς 2 δεκάδας, 2 εἰς 3, 3 εἰς 3, εἰς 5 κτλ;

Μ. Ναί.

Δ. Ἄς προσθέσωμεν λοιπὸν δεκάδας κατὰ τὸν αὐ-
τὸν τρόπον ὡς καὶ τὰς μονάδας.

1 δεκάς προσιθ. εἰς 2 δεκ. δίδ. 3 δεκ. ἢ 30 μονάδας.

2	2	4	40
---	---	---	----

3	2	5	50
---	---	---	----

4	2	6	60
---	---	---	----

5	2	7	70
---	---	---	----

6	2	8	80
---	---	---	----

7	2	9	90
---	---	---	----

8	2	10	100
---	---	----	-----

3 δεκάδες καὶ 2 δεκάδες πόσαι δεκάδες γίνονται;

6	—	3	—	—	—	—
---	---	---	---	---	---	---

Ὁ διδάσκαλος ἀκολουθῶς προσθέτει 1, 2, 3, 4 κτλ. εἰς 3 δεκάδας κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, καθὼς ἔκαμε μὲ τὰς μονάδας, εἰς τὸ Α'. Μῆρος σελ. 22.)

Μετὰ ταῦτα προσθέτει 4, 5, 6 κτλ. παρατηρῶν νὰ μὴ προβάλῃ κανένα ἀριθμὸν ὑπερβαίνοντα τὰ 100, διὰ νὰ μὴ συγχίζεται ὁ νοῦς τῶν παιδίων.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Ἡ τάξις τοῦ γυμνάσματος τούτου πρέπει ν' ἀντιστραφῇ καὶ νὰ ἐπαναληφθῇ καθὼς εἰς τὴν σελίδα 24 ἡ τάξις τῶν μονάδων.

2 δεκάδες καὶ 1 δεκ. κάμ. 3 δεκάδας ἢ 30 μονάδας.

2 2 4 40

2 3 5 50 κτλ.

Τοιοιουτοτρόπως καὶ μὲ 3 δεκάδας, 4, 5 κτλ. ἡ ἐπανάληψις τῶν ὁποίων παρατρέχεται ὡς περιττή.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

2 δεκάδες καὶ 5. δεκ. πόσαι δεκάδες γίνονται ;

50 καὶ 40 πόσα γίνονται ;

Πόσας δεκάδας πρέπει νὰ προσθέσω εἰς τὰ 30 διὰ νὰ κάμω 70 ;

Πόσας, διὰ νὰ κάμω 50, 80, 100 κτλ.

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ

ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΩΝ.

Ἀλλὰ δὲν δυνάμεθα παρομοίως νὰ ἐπάρωμεν ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν μεγαλήτερον; παρ. χάριν.

Ἐὰν ἐπάρ. 1 δεκάδ. ἀπὸ 4 δεκάδ. πόσαι θέλ. μείνει;

5

6

7

10

40

50

20 ἀπὸ 50, 90, ἀπὸ 100 ἢ 10 ἀπὸ 40 κτλ.

Ἡ συχνὴ γύμνασις θέλει καταστήσει τὰ παιδία ἱκανὰ νὰ προσθέτωσι καὶ νὰ ἀφαιρῶσι δεκάδας μετὰ τὴν αὐτὴν εὐκολίαν ὥς καὶ τὰς ἀπλᾶς μονάδας μέχρι τῶν 10· καὶ ἀφοῦ ἅπαξ μάθωσι τοῦτο, θέλουν εὐκολυνθῇ πολὺ οἱ κανόνες οὗτοι, καὶ δὲν μένει ἄλλο εἰμὴ νὰ δείξετε τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ὅσα ἔμαθαν, μεταξὺ 10 καὶ 20 εἰς τὰ τμήματα τῶν δεκάδων, διὰ νὰ δώσετε εἰς αὐτὰ ἐντελῆ ὅρισμὸν τῶν ἀριθμῶν μέχρι τῶν 100.

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Δ. Ὑποθέσατε τώρα παιδιά, ὅτι ἔχω 1, 2 ἢ 3 ἀριθμοὺς περισσοτέρους τῶν 20, ἢ 30 κτλ. ἐξεύρετε νὰ μὲ εἴπητε πόσα ἔχω;

Μ. Δὲν ἐξεύρομεν.

Δ. Μὲ ποῖον τρόπον ἡριθμήσατε ὑπεράνω τῶν 10;

Μ. 10 καὶ 2, κάμνεν 12· 10 καὶ 1 κάμνεν 11 κτλ.

Δ. Ὑστερον ἀπὸ ὅλας τὰς δεκάδας, ἀρχίζομεν πάλιν ἀπὸ τὸ ἐν, καὶ λέγομεν 21, ἀντὶ 2 δεκάδων καὶ μιᾶς· 22 ἀντὶ 2 δεκάδων καὶ 2, 31 ἀντὶ 3 δεκάδων καὶ 1 κτλ.

Ὁ διδάσκαλος δείχνει εἰς τὸν πίνακα 2 δεκάδας καὶ 1, καὶ ἐρωτᾷ, πόσα εἶναι ἐδῶ; ὁδηγῶν τὰ παιδιά εἰς τὸ 21, 22, 23 κτλ. ἔπειτα εἰς τὸ 31, 32, 33, κτλ. ἔπειτα εἰς τὸ 41, 42, 43 κτλ. Ἔως νὰ δύνανται νὰ ἐννοῶσιν ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν ἐκ πρώτης ὄψεως, ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τῶν 100, ἀρχίζων πάντοτε ἀπὸ τὸ δεξιὸν ἄκρον τῶν σειρῶν, καὶ μεταχειριζόμενος τὴν πρώτην σειρὰν διὰ 10, τὴν δευτέραν διὰ 20, τὴν τρίτην διὰ 30 καὶ οὕτω καθεξῆς.

Ὁ διδάσκαλος μετέπειτα ἐρωτᾷ χωρὶς τὸν πίνακα.

Ποῖος ἀριθμὸς ἀκολουθεῖ εἰς τὸν 19, ἢ 24 ἢ 37 κτλ; εἶπατέ με ἀριθμὸν μεγαλήτερον τοῦ 32, καὶ μικρότερον τοῦ 37;

ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Μένει τώρα νὰ γυμνασθῶσι τὰ παιδία εἰς τὴν πρόσθεσιν ἀπὸ 1, ἢ 2, ἢ 3, καθ' ἑκάστην φοράν μέχρι τῶν 100· ἐπομένως ν' ἀφαιρῶσι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον.

Ὁ διδάσκαλος εἰς τὴν πρόσθεσιν ἀρχίζει καὶ σύρει εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τῆς πρώτης σειρᾶς τόσα σφαιρίδια, ὅσος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τὸν ὁποῖον προσθέτει, καὶ τοιουτοτρόπως προχωρεῖ ἀπὸ σειρὰν εἰς σειρὰν, ἕως νὰ φθάσῃ εἰς τὰ 100. Ὁ ἀκόλουθος πίναξ θέλει χρησιμεύσει ὡς προσθήκη εἰς τὸ Α'. Β'. καὶ Γ'. μέρος.



ΠΙΝΑΞ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ.

11 εἶν. 10 καὶ 1	32 καὶ 8 εἶν. 40	43 καὶ 7 εἶν. 50
12 10 2	42 8 50	53 7 60
13 10 3	52 8 60	63 7 70
14 10 4	62 8 70	73 7 80
15 10 5	72 8 80	83 7 90
16 10 6	82 8 90	93 7 100
17 10 7	92 8 100	
18 10 8	2 καὶ 9 εἶν. 11	3 καὶ 8 εἶν. 11
19 10 9	11 εἶν. 10 καὶ 1	11 εἶν. 10 καὶ 1
1 καὶ 9 εἶν. 10	12 καὶ 9 εἶν. 21	13 καὶ 8 εἶν. 21
11 9 20	22 9 31	23 8 31
21 9 30	32 9 41	33 8 41
31 9 40	42 9 51	43 8 51
41 9 50	52 9 61	53 8 61
51 9 60	62 9 71	63 8 71
61 9 70	72 9 81	73 8 81
71 9 80	82 9 91	83 8 91
81 9 90	92 9 101	93 8 101
91 9 100	3 καὶ 7 εἶν. 10	
2 καὶ 8 εἶν. 10	13 καὶ 7 εἶν. 20	3 καὶ 9 εἶν. 12
12 8 20	23 7 30	12 εἶν. 10 καὶ 2
22 8 30	33 7 40	

13 καὶ 9 εἶν. 22	34 καὶ 7 εἶν. 41	34 καὶ 9 εἶν. 43
23 9 32	44 7 51	44 9 53
33 9 42	54 7 61	54 9 63
43 9 52	64 7 71	64 9 73
53 9 62	74 7 81	74 9 83
63 9 72	84 7 91	84 9 93
73 9 82	94 7 101	94 9 103
83 9 92		
93 9 102	4 καὶ 8 εἶν. 12	5 καὶ 5 εἶν. 10
4 καὶ 6 εἶν. 10	12 εἶν. 10 καὶ 2	
		15 καὶ 5 εἶν. 20
14 καὶ 6 εἶν. 20	14 καὶ 8 εἶν. 22	25 5 30
24 6 30	24 8 32	35 5 40
34 6 40	34 8 42	45 5 50
44 6 50	44 8 52	55 5 60
54 6 60	54 8 62	65 5 70
64 6 70	64 8 72	75 5 80
74 6 80	74 8 82	85 5 90
84 6 90	84 8 92	95 5 100
94 6 100	94 8 102	
		5 καὶ 6 εἶν. 11
4 καὶ 7 εἶν. 11	4 καὶ 9 εἶν. 13	11 εἶν. 10 καὶ 1
11 εἶν. 10 καὶ 1	13 εἶν. 10 καὶ 3	
		15 καὶ 6 εἶν. 21
14 καὶ 7 εἶν. 21	14 καὶ 9 εἶν. 23	25 6 31
24 7 31	24 9 33	35 6 41

45 καὶ 6 εἰν. 51	35 καὶ 8 εἰν. 43	36 καὶ 4 εἰν. 40
55 6 61	45 8 53	46 4 50
65 6 71	55 8 63	56 4 60
75 6 81	65 8 73	66 4 70
85 6 91	75 8 83	76 4 80
95 6 101	85 8 93	86 4 90
_____	95 8 103	96 4 100
5 καὶ 7 εἰν. 12	_____	_____
12 εἰν. 10 καὶ 2	5 καὶ 9 εἰν. 14	6 καὶ 5 εἰν. 11
_____	14 εἰν. 10 καὶ 4	11 εἰν. 10 καὶ 1
15 καὶ 7 εἰν. 22	_____	_____
25 7 32	15 καὶ 9 εἰν. 24	16 καὶ 5 εἰν. 21
35 7 42	25 9 34	26 5 31
45 7 52	35 9 44	36 5 41
55 7 62	45 9 54	46 5 51
65 7 72	55 9 64	56 5 61
75 7 82	65 9 74	66 5 71
85 7 92	75 9 84	76 5 81
95 7 102	85 9 94	86 5 91
_____	95 9 104	96 5 101
5 καὶ 8 εἰν. 13	_____	_____
13 εἰν. 10 καὶ 3	6 καὶ 4 εἰν. 10	6 καὶ 6 εἰν. 12
_____	_____	12 εἰν. 10 καὶ 2
15 καὶ 8 εἰν. 23	16 καὶ 4 εἰν. 20	_____
25 8 33	26 4 30	_____

16 καὶ 6 εἰν. 22	16 καὶ 8 εἰν. 24	17 καὶ 3 εἰν. 20
26 6 32	26 8 34	27 3 30
36 6 42	36 8 44	37 3 40
46 6 52	46 8 54	47 3 50
56 6 62	56 8 64	57 3 60
66 6 72	66 8 74	67 3 70
76 6 82	76 8 84	77 3 80
86 6 92	86 8 94	87 3 90
96 6 102	96 8 104	97 3 100

6 καὶ 7 εἰν. 13	6 καὶ 9 εἰν. 15	7 καὶ 4 εἰν. 11
13 εἰν. 10 καὶ 3	15 εἰν. 10 καὶ 5	11 εἰν. 10 καὶ 1

16 καὶ 7 εἰν. 23	16 καὶ 9 εἰν. 25	17 καὶ 4 εἰν. 21
26 7 33	26 9 35	27 4 31
36 7 43	36 9 45	37 4 41
46 7 53	46 9 55	47 4 51
56 7 63	56 9 65	57 4 61
66 7 73	66 9 75	67 4 71
76 7 83	76 9 85	77 4 81
86 7 93	86 9 95	87 4 91
96 7 103	96 9 105	97 4 101

6 καὶ 8 εἰν. 14	7 καὶ 3 εἰν. 10	7 καὶ 5 εἰν. 12
14 εἰν. 10 καὶ 4		12 εἰν. 10 καὶ 2

17 καὶ 5 εἶν. 22	17 καὶ 7 εἶν. 24	17 καὶ 9 εἶν. 26
27 5 32	27 7 34	27 9 36
37 5 42	37 7 44	37 9 46
47 5 52	47 7 54	47 9 56
57 5 62	57 7 64	57 9 66
67 5 72	67 7 74	67 9 76
77 5 82	77 7 84	77 9 86
87 5 92	87 7 94	87 9 96
97 5 102	97 7 104	97 9 106

7 καὶ 6 εἶν. 13
13 εἶν. 10 καὶ 3

7 καὶ 8 εἶν. 15
15 εἶν. 10 καὶ 5

8 καὶ 2 εἶν. 10

17 καὶ 6 εἶν. 23
27 6 33
37 6 43
47 6 53
57 6 63
67 6 73
77 6 83
87 6 93
97 6 103

17 καὶ 8 εἶν. 25
27 8 35
37 8 45
47 8 55
57 8 65
67 8 75
77 8 85
87 8 95
97 8 105

18 καὶ 2 εἶν. 20
28 2 30
38 2 40
48 2 50
58 2 60
68 2 70
78 2 80
88 2 90
98 2 100

7 καὶ 7 εἶν. 14
14 εἶν. 10 καὶ 4

7 καὶ 9 εἶν. 16
16 εἶν. 10 καὶ 6

8 καὶ 3 εἶν. 11
11 εἶν. 10 καὶ 1

18 καὶ 3 εἶν. 21	18 καὶ 5 εἶν. 23	18 καὶ 7 εἶν. 25
28 3 31	28 5 33	28 7 35
38 3 41	38 5 43	38 7 45
48 3 51	48 5 53	48 7 55
58 3 61	58 5 63	58 7 65
68 3 71	68 5 73	68 7 75
78 3 81	78 5 83	78 7 85
88 3 91	88 5 93	88 7 95
98 3 101	98 5 103	98 7 105

8 καὶ 4 εἶν. 12	8 καὶ 6 εἶν. 14	8 καὶ 8 εἶν. 16
12 εἶν. 10 καὶ 2	14 εἶν. 10 καὶ 4	16 εἶν. 10 καὶ 6

18 καὶ 4 εἶν. 22	18 καὶ 6 εἶν. 24	18 καὶ 8 εἶν. 26
28 4 32	28 6 34	28 8 36
38 4 42	38 6 44	38 8 46
48 4 52	48 6 54	48 8 56
58 4 62	58 6 64	58 8 66
68 4 72	68 6 74	68 8 76
78 4 82	78 6 84	78 8 86
88 4 92	88 6 94	88 8 96
98 4 102	98 6 104	98 8 106

8 καὶ 5 εἶν. 13	8 καὶ 7 εἶν. 15	8 καὶ 9 εἶν. 17
13 εἶν. 10 καὶ 3	15 εἶν. 10 καὶ 5	17 εἶν. 10 καὶ 7

18 καὶ 9 εἶν. 27	19 καὶ 2 εἶν. 21	19 καὶ 4 εἶν. 23
28 9 37	29 2 31	29 4 33
38 9 47	39 2 41	39 4 43
48 9 57	49 2 51	49 4 53
58 9 67	59 2 61	59 4 63
68 9 77	69 2 71	69 4 73
78 9 87	79 2 81	79 4 83
88 9 97	89 2 91	89 4 93
98 9 107	99 2 101	99 4 103

9 καὶ 1 εἶν. 10

9 καὶ 3 εἶν. 12
12 εἶν. 10 καὶ 2

9 καὶ 5 εἶν. 14
14 εἶν. 10 καὶ 4

19 καὶ 1 εἶν. 20	19 καὶ 3 εἶν. 22	19 καὶ 5 εἶν. 24
29 1 30	29 3 32	29 5 34
39 1 40	39 3 42	39 5 44
49 1 50	49 3 52	49 5 54
59 1 60	59 3 62	59 5 64
69 1 70	69 3 72	69 5 74
79 1 80	79 3 82	79 5 84
89 1 90	89 3 92	89 5 94
99 1 100	99 3 102	99 5 104

9 καὶ 2 εἶν. 11
11 εἶν. 10 καὶ 1

9 καὶ 4 εἶν. 13
13 εἶν. 10 καὶ 3

9 καὶ 6 εἶν. 15
15 εἶν. 10 καὶ 5

89	19	καὶ 6 εἰν.	25	89	19	καὶ 8 εἰν.	27
29	6		35	29	8		37
39	6		45	39	8		47
49	6		55	49	8		57
59	6		65	59	8		67
69	6		75	69	8		77
79	6		85	79	8		87
89	6		95	89	8		97
99	6		105	99	8		107

9	καὶ 7	εἶν.	16	9	καὶ 9	εἶν.	18
16	εἶν.	10	καὶ 6	18	εἶν.	10	καὶ 8

19	καὶ 7 εἰν.	26	19	καὶ 9 εἰν.	28
29	7	36	29	9	38
39	7	46	39	9	48
49	7	56	49	9	58
59	7	66	59	9	68
69	7	76	69	9	78
79	7	86	79	9	88
89	7	96	89	9	98
99	7	106	99	9	108

9	καὶ 8 εἰν.	17	17	εἰν.	10	καὶ 7
---	------------	----	----	------	----	-------

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

*Αν προσθέσης 2 σφ. εἰς 24 σφ., πόσα θέλεις ἔχει;

*Αν προσθ. 2 δραχμὰς εἰς 24 δρ. πόσ. δρ. θέλ. ἔχει;

2 21

3 μῆλα 24 μῆλα, πόσα μῆλα

3 δαμασκηναὶ 24 δαμ.

3 λεπτὰ 16 λεπ.

2 δεκάδας καὶ 21 μονάδας, πόσ. θέλ. ἔχει;

*Αν ἐπάρ. 2 δίσηλα ἀπὸ 23 δίς., πόσα μένουν;

*Αν ἐπάρης 3 πορτοκάλλια ἀπὸ 22 πορτοκάλλια,
πόσα μένουν;

*Αν ἐπάρης 3 καρύδια ἀπὸ 28 καρύδια, πόσα μένουν;

3 λεπτὰ ἀπὸ 24 λεπτὰ πόσα μένουν;

3 πρόβατα ἀπὸ 27 πρόβατα, πόσ. μέν.

Πόσα κάμνουν 19 πορτοκάλλια καὶ 3 πορτοκάλλια;

13 δαμασκηναὶ καὶ 4 δαμασκηναί;

25 μῆλα — 4 μῆλα;

*Αν προσθέσης 4 λεπτὰ εἰς 17 λεπ. πόσα θέλ. ἔχει;

4 δίσηλα εἰς 39 δίς. πόσα θέλ. ἔχει;

3 δραχ. εἰς 27 δραχ. πόσας θέλ. ἔχει;

*Εὰν ἐπάρης 4 πορ. ἀπὸ 21 πορ. πόσα θέλ. ἔχει;

4 μῆλα ἀπὸ 13 μῆλα πόσα θέλ. ἔχει;

- Ἐὰν ἐπάρης 4 λεπ. ἀπὸ 32 λεπτά, πόσα θέλ. ἔχει;
 4 δραχ. ἀπὸ 22 δραχ. πόσας θέλ. ἔχει;
 4 πεντάδραχμα ἀπὸ 24 πεν. π. θέλ. ἔχει;
 Ἐὰν ἀφαιρέσης 4 λεπτά τῆς ὥρας ἀπὸ ἡμίσειαν
 ὥραν, πόσα μένουν;
 Ἐὰν προσθέσης 27 δραχμὰς εἰς 5 δραχμὰς, πόσας
 δραχμὰς θέλεις ἔχει;
 48 λεπτά εἰς 5 λεπ., πόσα λεπ. κάμνουν;
 Πρόσθεσε 5 πορτοκάλλια εἰς 59 πορτοκάλλια·
 πόσα θέλεις ἔχει;
 Ἄν προσθέσης 5 μῆλα εἰς 67 μῆλα, πόσα θέλ. ἔχει;
 5 ἔτη εἰς 7 ἔτη,
 Ἄν ἐπάρης 5 εἰκοσιπεντάρια ἀπὸ 21 εἰκ. πόσα μέν.
 5 λίρας ἀπὸ 88 λίρας,
 Ἄν ἀφαιρέσης 5 ἐβδομάδας ἀπὸ 43 ἐβδομάδας,
 5 δίσηλα ἀπὸ 74 δίς. πόσα θέλεις ἔχει;
 5 κάσανα ἀπὸ 93 κάσανα,
 Ἄν προσθέσης 6 λεπτά εἰς 29 λεπτά,
 6 πεντάρια εἰς 36 πεντάρια,
 6 ἀπίδια εἰς 37 ἀπίδια,
 6 δαμασκηνα εἰς 39 δαμασκηνα,
 6 μῆλα εἰς 63 μῆλα,
 6 κομβία εἰς 78 κομβία,
 Ἄν ἐπάρης 6 σῦκα ἀπὸ 51 σῦκα,
 6 δεκάρια ἀπὸ 73 δεκάρια,
 6 πήχεις ἀπὸ 85 πήχεις,

Πρόσθεσε 7 πήχεις εἰς 25 πήχεις, πόσους
 7 λεπτὰ εἰς 25 λεπτὰ, πόσα
 7 ἡμέρας εἰς 29 ἡμέρας, πόσας
 7 λεπτοκάρυα εἰς 54 λεπτοκάρυα, πόσα

^αΑν προσθέσης 7 πρόβατα εἰς 55 πρόβατα, πόσα
 7 ἡμέρας εἰς 67 ἡμέρας, πόσας

^αΑν προσθέσης 7 μῆλα εἰς 75 μῆλα, πόσα
 7 ἀμύγδαλα εἰς 85 ἀμύγδ. πόσα
 7 πορτοκάλλια εἰς 95 πορτοκ.

^αΑν ἀφαιρέσης 7 βελόνας ἀπὸ 39 βελόνας, πόσαι
 μένουν;
 7 λεπτοκάρια ἀπὸ 63 λεπτοκ.

^αΑ ἀφαιρέσης 7 σῦκα ἀπὸ 56 σῦκα, πόσ. θέλ. ἔχει;
 7 πεπόνια ἀπὸ 85 πεπ.
 7 ρόδια ἀπὸ 65 ρόδια,
 7 ἔτη ἀπὸ 95 ἔτη,
 7 ὥρας ἀπὸ 100 ὥρας, πόσας

Πρόσθεσε 8 μῆλα εἰς 25· πόσα θέλεις ἔχει;
 8 δίλεπτα εἰς 39, πόσα
 8 λεπτὰ εἰς 48, πόσα
 8 δραχμὰς εἰς 97, πόσας
 8 χειμωνικὰ εἰς 67, πόσα
 8 λίρας εἰς 94, πόσας
 8 αὐγὰ εἰς 83, πόσα
 8 πρόβατα εἰς ἓν κοπάδιον ἀπὸ 95, πόσα
 θέλεις ἔχει;

Πρόσθεσε 8 δραχμὰς εἰς 58 δραχμὰς, πόσας δραχ.
θέλεις ἔχει;

8 πεντάρια εἰς 95 πεντάρια, πόσα πεντ.

8 λεπτὰ εἰς 100 λεπτὰ, πόσα

* Αν προσθέσης 9 μῆλα εἰς 37 μῆλα, πόσα θέλουν
εἶσθαι;

9 δαμασκηναὶ εἰς 45 δαμασκηναὶ, πόσα

9 κεράσια εἰς 57 κεράσια, πόσα

9 λεπτὰ εἰς 65 λεπτὰ, πόσα

9 λιθαράκια εἰς 67 λιθαράκια, πόσα

* Αν προσθέσης 9 βελόνας εἰς 39 βελόνας, πόσαι
θέλουν εἶσθαι;

9 πήχεις εἰς 53 πήχεις, πόσοι

9 λεπτοκάρνα εἰς 57 λεπτοκάρνα, πόσα

9 σφαιρίδια εἰς 69 σφαιρίδια, πόσα

Πρόσθεσε 9 δραχμὰς εἰς 75 δραχμὰς, πόσας θέ-
λεις ἔχει;

9 ἡμέρας εἰς 86 ἡμέρας, πόσας ἡμέρας
θέλεις ἔχει;

9 ἔτη εἰς 95 ἔτη, πόσα ἔτη;

* Αν ἐπάρης 9 μῆλα ἀπὸ 34 μῆλα, πόσα θέλεις ἔχει;

9 κάσανα ἀπὸ 56 κάσ. πόσα θέλεις ἔχει;

9 λεπτοκάρνα ἀπὸ 73 λεπ. πόσα

9 κεράσια ἀπὸ 75,

9 λεπτὰ ἀπὸ 84,

9 δαμασκηναὶ ἀπὸ 87,

- 9 βελόνας ἀπὸ 94,
 9 ἀπίδια ἀπὸ 100 ἀπίδια, πόσα μένουν;
 * Ἀν ἐπάρης 9 πρόβατα ἀπὸ 99 πρόβατα,
 37 πρόβατα καὶ 10 πρ. πόσα γίνονται;
 48 λεπτά καὶ 10
 74 ἡμέραι καὶ 10
 93 δαμασκηναὶ καὶ 10
 66 ἔτη καὶ 10
 39 δραχμαὶ καὶ 10
 * Ἐπαρε 10 πορτοκάλλια ἀπὸ 79, πόσα μένουν;
 10 λεπτά ἀπὸ 46
 10 ὥρας ἀπὸ 98
 10 δράμια ἀπὸ 24
 10 ἡμέρας ἀπὸ 64
 10 λεπτοκάρυα ἀπὸ 89

ΠΡΑΚΤΙΚΑΙ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

- Μία γραῖα εἶχεν 21 ὄρνιθας, καὶ τὴν νύκτα ὑπῆ-
 γεν ἡ ἀλώπηξ καὶ τῆς ἐπῆρε τρεῖς· πόσας τῆς ἀφῆκε;
 Παιδίον εἶχεν εἰς τὴν ἐπίσκεψίν τε 25 πρόβατα·
 35 ξένα ἦλθον καὶ ἀνεμίχθησαν μὲ αὐτά. Πόσα
 λοιπὸν ἦσαν ὅλα του τὰ πρόβατα;
 * Ἐνας ἄνθρωπος εἶχεν 28 πετεινοὺς εἰς τὸ περι-
 βόλιόν του, καὶ τὴν νύκτα τοῦ ἔκλεψαν 3. Πόσους
 εἶχε τὸ πρωῒ;

Παιδίον ἐφιλοδωρήθη με 27 μῆλα· ἔδωκεν εἰς τὴν μεγάλην τοῦ ἀδελφῆν 3, εἰς τὴν μικροτέραν 2, καὶ εἰς τὸν μικρόν τοῦ ἀδελφὸν 1· πόσα ἐφύλαξε διὰ τὸν ἑαυτόν του;

Βοσκοῦ παιδίον, τὸ ὁποῖον εἶχε τὴν ἐπιστάσιαν τοῦ ποιμνίου του, ἐρωτήθη, πόσα ζῶα εἶχε, καὶ ἀπεκρίθη· ἔχω 27 πρόβατα, 4 ἄρνία, 3 αἰγας καὶ 1 κριάριον. Πόσα λοιπὸν ἦσαν ὅλα τὰ ζῶα, τὰ ὁποῖα αὐτὸ εἶχε;

Παιδίον διετάχθη νὰ μάθῃ νὰ συλλαβίσῃ 31 λέξεις· ἀπὸ αὐτὰς 4 μὲν δὲν ἤξευρε διόλου, 4 δὲ ἐκακοσυλλάβισε· τώρα πόσας λέξεις ἐσυλλάβισεν ὀρθῶς;

Ἐνας ἄνθρωπος εἶχεν 11 σκρόφας εἰς τὸν σταῦλον του· ἀκολουθῶς μία ἀπὸ αὐτὰς ἐγέννησε 5 χοιρίδια, ἄλλη 3, καὶ μία ἄλλη 2. Πόσος λοιπὸν ἦτον ὅλος ὁ ἀριθμὸς τῶν ζώων τὰ ὁποῖα εἶχε;

Μία γραῖα εἶχεν 28 αὐγὰ εἰς τὸ καλάθιον της· πρὶν ὑπάγῃ εἰς τὴν ἀγορὰν, μία ἀπὸ τὰς ὀρνιθάς της ἐγέννησε 4 αὐγὰ, ἄλλη 3, ἄλλη 2, καὶ ἄλλη 1· ἀλλ' ὅταν ὑπῆγεν εἰς τὴν ἀγορὰν, ἔπεσε κάτω καὶ ἔσπασε 4· πόσα λοιπὸν ἦσαν ὅλα τὰ αὐγὰ, τὰ ὁποῖα αὐτὴ εἶχε διὰ πώλημα;

Ἐνας ἄρτοποιὸς ἀριθμῶν τὰ ψωμῖα τοῦ εὐρῆκεν ὅτι εἶχεν ἐβδομήντα τέσσαρας δωδεκάδας· ἐπώλησε 5 δωδεκάδας εἰς τὸ πρῶτον χωρίον εἰς τὸ ὁποῖον

ὑπῆγε, 4 εἰς τὸ ἀκόλουθον, καὶ ἐξώδευσε διὰ τὴν οἰκογένειάν του 2 δωδεκάδας. Πόσαι δοδεκάδες τοῦ ἔμειναν;

Κηπουρὸς ἐφύτευσεν 63 λάχανα εἰς τὸ περιβόλιόν του· τὴν πρώτην νύκτα μετὰ τὴν φύτευσιν ὁ παγετὸς ἐφθειρε 5, τὴν ἀκόλουθον 2, καὶ τὴν ἄλλην 4· πόσα λάχανα ἠΰξησαν;

Παιδίον μανθάνον τὸ μάθημα τῆς ἐβδομάδος ἔμαθε πέντε λέξεις περισσότερον ἀπὸ τοὺς συμμαθητάς του, τῶν ὁποίων τὸ μάθημα περιεῖχε 36 λέξεις· ἀλλ' ὅταν ὑπῆγε τὴν Κυριακὴν εἰς τὸ σχολεῖον, εἰς τὴν πρώτην ἐρώτησιν τοῦ διδασκάλου εὗρηκεν ὅτι δὲν εὐθυμεῖτο 3 λέξεις· εἰς τὴν δευτέραν, 4· εἰς τὴν τρίτην, 1. Πόσας λέξεις ἤξευρεν ἐντελῶς;

Ἀλώπηξ ἐμβῆκε μίαν νύκτα εἰς ὀρνιθῶνα καὶ ἐφόνευσε 6 γάλους· τὴν ἀκόλουθον ὑπῆγε καὶ ἐφόνευσε 6 ὀρνιθας, καὶ τὴν τρίτην 4 χῆνας· Τώρα πόσα ἐφόνευσε;

Γεωργὸς εἶχε 43 σωροὺς βαλανιδίων, 5 σιταρίσ, 6 κριθαρίου καὶ 4 βρίζης· πόσους σωροὺς εἶχεν;

Ἕνας ἄνθρωπος ὑπῆγεν εἰς πανήγυριν ἔχων 63 λίρας εἰς τὸ βαλάντιόν του· ἔδωκεν 6 λίρας διὰ 4 χοιρίδια, 5 διὰ 7 πρόβατα καὶ 6 διὰ 2 δαμάλεις· παρομοίως ἔδωκεν 6 λίρας διὰ 2 μοσχάρια καὶ 2 διὰ 1 γάδαρον· εἶπατέ με πόσας λίρας ἐξώδευσε, καὶ πόσα ζῶα ἠγόρασεν;

“Ενας ἄνθρωπος ἐπεχείρησε νὰ μετακομίση μὲ τὸ ἄλογόν του εἰς 34 ἡμέρας 22 βαρέλια γεωμῆλων· τὴν πρώτην ἡμέραν μετεκόμισε 5, τὴν δευτέραν 5, καὶ τὴν τρίτην 4· τώρα εἶπατέ με, πόσα ἔμελλε νὰ μετακομίση τὴν τετάρτην;

* Ἄνθρωπός τις ἐφύτευσεν εἰς μικρὸν κῆπον 23
 δένδρα ἀγριοβαλανιδιῶν, 6 βαλανιδιῶν, 7 πορτο-
 καλλιῶν, καὶ 6 λεμονιῶν· πόσα δένδρα ἐφύτευσε;

Τυροποιός τις ἔφερεν εἰς τὴν ἀγορὰν 4 τυρία,
ζυγίζοντα 40 ὀκάδας, 7 ὀκάδας πρόσφατον, καὶ 7
ὀκάδας ἀλατισμένον βούτυρον· πόσας ὀκάδας ἔπρε-
πε νὰ σηκόνῃ;

Γυνὴ πτωχὴ ἔφερεν εἰς τὴν ἀγορὰν μῆλα διὰ πώλη-
μα· εἰς τὸν δρόμον ἔπεσε κάτω καὶ ἔχασε ὅλα τῆς
τὰ μῆλα, παρεκτὸς 73· καὶ ἐπειδὴ ἦτον ἀργά, ὅταν
ἔφθασεν εἰς τὴν ἀγορὰν, ἐπώλησε μόνον 7, εἰς ἓνα
ἄνθρωπον, 6 εἰς ἄλλον, καὶ 5 εἰς ἓν μικρὸν παιδίον.
Πόσα λοιπὸν τῆς ἔμειναν ἀκόμῃ;

73 στρατῶται ἐπροσκληθήσαν διὰ τὰ καθησυχά-
σωσι θόρυβον τινά· εἰς αὐτὸν 7 ἄπλοῖ στρατιῶται
ἐφονεύθησαν εἰς τὴν πρώτην προσβολὴν, 6 εἰς τὴν
ἀκόλουθον, 3 ὑπαξιωματικοὶ, 3 ἀξιωματικοὶ, καὶ 1
τυμπανιστής. Τώρα πόσοι ἦσαν ὅλοι οἱ φονευθέντες;

Ἐνας ἄνθρωπος ἐφύτευσε δένδρον ἐλάτης, καὶ ἦτο περίεργος νὰ μάθῃ πόσας πήχεις ἤΰξανε κατὰ πᾶν ἔτος· ὅταν τὸ ἐφύτευσεν, εἶχεν ὕψος 59 πηχῶν.

τὸ πρῶτον ἔτος ἠΰξησε 4 δακτύλους, τὸ δεύτερον 5, τὸ 3ον. 6, καὶ τὸ 4ον. 7. Πόσων λοιπὸν δακτύλων ὕψος εἶχεν εἰς τὸ τέλος τοῦ 4ου ἔτους;

Κορίσκη τις ἔμελλε νὰ μάθῃ 47 σίχους τῆς Νέας Γραφῆς εἰς μίαν ἐβδομάδα· ἐὰν τὴν Δευτέραν καὶ Τρίτην ἔμαθε 31 ἀπὸ αὐτοῦς, τὴν Τετάρτην 7, τὴν Πέμπτην 8, τὴν Παρασκευὴν 5 καὶ τὸ Σάββατον 7· πόσους σίχους περισσοτέρους ἀπὸ τὸ διορισθὲν μάθημα ἔμαθε, καὶ πόσην ποσότητα σίχων ἤξευρεν;

Ἐν παιδίον ἐσύναζε βαλανίδια· εἰς μίαν ἐβδομάδα ἐσύναξε 47 πινάκια· τὴν πρώτην ἡμέραν τῆς ἀκολουθοῦντος ἐβδομάδος ἐσύναξεν 6 πινάκια, τὴν δευτέραν τίποτε (ἐπειδὴ ἦτον ἑορτὴ,) καὶ τὰς 4 λοιπὰς ἡμέρας ἀνὰ 7 πινάκια καθ' ἡμέραν. Πόσα πινάκια ἐσύναξεν ἐκείνην τὴν ἐβδομάδα, καὶ πόσα ἦσαν ὅλα τὰ πινάκια;

Γεωργὸς πλούσιος, ὅσις εἶχε πολλοὺς μισθωτοὺς ἐργάτας, εἶχε 53 θεριζὰς εἰς ἓν χωράφιον, 8 λακκοποιούς. 1 ἀροτῆρα, 5 αὐλακεργάτας, καὶ 4 ξυλοκόπους· εἶπατέ με, πόσους μισθωτοὺς εἶχεν;

Ἐν παιδίον εἶχε ποτὲ περιβολάκιον λουλουδίων, τὸ ὁποῖον εἶχε διηρημένον εἰς 4 μέρη· εἰς τὸ πρῶτον μέρος, τὸ ὁποῖον ἦτο τὸ μεγαλύτερον, εἶχεν 29 τριανταφυλλιὰς, εἰς τὸ δεύτερον 8 γαρουφαλλιὰς, εἰς τὸ τρίτον 5 βασιλικούς, εἰς τὸ τέταρτον 4 κρίνους. Πόσας ρίζας λουλουδίων εἶχε;

Μία γυνή, ἥτις ἐπώλει μῆλα, ἔδωκε ποτὲ 47 εἰς ἓν παιδάριον· τὸ παιδάριον τοῦτο εἶχε 2 ἀδελφοὺς καὶ μίαν ἀδελφήν, εἰς τὸν ἓνα ἀπὸ τοὺς ἀδελφοὺς του ἔδοσεν 8, εἰς τὸν ἄλλον 7, εἰς τὴν ἀδελφήν του 5, καὶ εἰς μικρόν τινα ἐξ ἀδελφόν του 4. Πόσα ἐφύλαξε διὰ τὸν ἑαυτόν του;

Ἐν παιδάριον, τὸ ὁποῖον ἐφύλαξε γεωργοῦ τινος πρόβατα, ἔλαβε μεσθὸν 83 λεπτά, μὲ τὰ ὁποῖα ἤθελε ν' ἀγοράσῃ βιβλίον· ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ ἀργύριον δὲν ἦτον ἀρκετὸν, ἐμβῆκεν εἰς ἐργόχειρον, ἐκ τοῦ ὁποῖου ἐκέρδησε 4 λεπτά τὴν πρώτην ἡμέραν, 5 τὴν δευτέραν, 6 τὴν τρίτην, 7 τὴν τετάρτην, καὶ 8 τὴν πέμπτην. Πόσα λοιπὸν λεπτά εἶχε δι' ἀγοράν τοῦ βιβλίου;

Μία κορίσκη ἠγόρασε ποτὲ ἀπὸ πραγματευτὴν 49 βελόνας, 9 σακκοράφας, 7 βελονάκια, 2 δακτυλήθρας καὶ μίαν βελονοθήκην. Πόσα λοιπὸν κομμάτια ἠγόρασεν;

Ἐνας κοφίνοποιὸς εἰς 39 ἡμέρας ἔκαμε 49 καλάθια διὰ γεώμηλα, 9 κοφίνια τῶν φορεμάτων, 6 κοφίνια περιβολίου, 5 καλάθια διὰ διαφόρους ἐργασίας, καὶ 4 καλάθια διὰ ὀψάρια. Πόσα λοιπὸν ἦσαν ὅλα ὅσα ἔκαμεν;

Ἐν παιδάριον ἐπιστρέφον ἀπὸ τὸ σχολεῖον, ἐρωτήθη, πόσα παιδία ἦσαν εἰς τὸ σχολεῖον· αὐτὸ ἀπεκρίθη, ὅτι τὸ περασμένον φθινόπωρον ἦσαν ὅλα

63· ἄλλὰ πρὸ δύο μηνῶν ἀνεχώρησαν ἀπὸ τὸ σχολεῖον 9, καὶ μετὰ ἓνα μῆνα 3, καὶ 8 ἐκράτησαν οἱ γονεῖς εἰς τὰς οἰκίας των διὰ νὰ ἐκβάλωσι γεώμηλα, καὶ διὰ νὰ σκάψωσιν· εἶχαν δὲ ἐλθεῖν εἰς τὸ μεταξὺ 6 νέα παιδιά. Τώρα πόσα παιδιά ἦσαν ἐκείνην τὴν ἡμέραν εἰς τὸ σχολεῖον;

Ἐν παιδίον συνάζον ἀπὸ τὸν κῆπον καρπὸς, εἶχε 37 ὀκάδας καρύδια, 9 ὀκάδας μῆλα, 8 ὀκάδας κάσανα καὶ 7 ὀκάδας ἀμύγδαλα· ἄλλὰ πρὶν νὰ ὑπάγῃ εἰς τὴν ἀγορὰν, ἐπώλησεν 7 ὀκάδας καρύδια, 5 ὀκάδας κάσανα καὶ 4 ὀκάδας ἀμύγδαλα. Πόσας ὀκάδας ἐσύναξε, πόσας ἐπώλησε, καὶ πόσας ἔφερεν εἰς τὴν ἀγοράν;

Ἐνας γεωργὸς ἔστειλε τὸ παιδίον του μὲ 4 ἀμάξια φορτωμένα βαλανίδιον. Εἰς τὸ πρῶτον ἦσαν 4 βαρέλια βαλανιδίου, εἰς τὸ δεύτερον 7, εἰς τὸ τρίτον 6, εἰς τὸ τέταρτον 5· εἶπατέ με πόσα βαρέλια ἔφερε τὸ παιδίον εἰς τὴν ἀγοράν;

Πόσα ἔτη πρέπει νὰ προσεθῶσιν εἰς τὸ 93, διὰ νὰ γείνωσιν 100;

Ἐνας ἄνθρωπος ἔστειλε τὸ πενταετὲς παιδίον του εἰς τὸ σχολεῖον· ἐσάθη ἐκεῖ 6 ἔτη· ἔπειτα διέτριψεν 7 ἔτη εἰς μάθησιν τέχνης τινὸς, καὶ ἔζησε μετὰ ταῦτα δέκα ἔτη ἀκόμη· εἶπατέ με ποίας ἡλικίας ἦτον ὅταν ἀπέθανε;

Παιδίον ἔμελλε νὰ μάθῃ ἓν μάθημα εἰς μίαν ἐβ-

δομάδα· τὴν δευτέραν ἔμαθεν 27 λέξεις, τὴν τρίτην 9, τὴν τετάρτην 10, τὴν πέμπτην 7, τὴν παρασκευὴν 10, τὸ σάββατον 6, καὶ τὰς ἐπανελάβεν ὅλας τὴν Κυριακὴν· ἀπὸ πόσας λέξεις συνίστατο τὸ μάθημά τες;

Μία γραῖα εἶχεν 9 ὄρνιθας· 6 ἀπ' αὐτὰς ἐγέννησαν εἰς μίαν ἐβδομάδα 40 αὐγά· 1 ἐγέννησε 10 εἰς μίαν ἐβδομάδα, μία ἄλλη 8· ἐκ τούτων ἡ οἰκογενεῖά της ἐξώδευε 2 καθ' ἐκάστην ἡμέραν. Πόσα λοιπὸν τῆς ἔμειναν διὰ πώλημα εἰς τὸ τέλος τῆς ἐβδομάδος;

Κορίσκη τις εἶχε νὰ εὕρῃ πολλὰ ῥητὰ τοῦ Εὐαγγελίου διὰ μίαν δοθεῖσαν ὑπόθεσιν· εὕρῃκε 36 τὴν πρώτην ἡμέραν, 8 τὴν δευτέραν, 10 τὴν τρίτην, 7 τὴν τετάρτην, 10 τὴν πέμπτην, καὶ 9 τὴν παρασκευὴν. Πόσα λοιπὸν ῥητὰ εἶχεν ἕως τὴν Κυριακὴν;

Κηπουρός τις ἔδοσεν εἰς τοὺς τρεῖς υἱούς του, Ἰωάννην Ἰάκωβον καὶ Νικόλαον, 27 μηλέας διὰ νὰ τὰς φυτεύσωσι· καὶ ὁ μὲν Ἰωάννης ἐφύτευσε 10, ὁ δὲ Ἰάκωβος 9· πόσας ἔμελλε λοιπὸν νὰ φυτεύσῃ ὁ Νικόλαος;

Παιδίον ταχυδρόμου ἔμελλε νὰ φέρῃ ἐν γράμμα ἐντὸς 6 ὥρων εἰς πόλιν ἀπέχουσαν 27 μίλλια· τὴν πρώτην ὥραν ἐπέρασεν 6 μίλλια, τὴν δευτέραν 5, τὴν τρίτην 4, τὴν τετάρτην ἀνεπαύθη. Πόσα μίλλια ἔπρεπε νὰ διατρέξῃ εἰς ἐκάστην ἀπὸ αὐτὰς τὰς

ἐπιλοίπους ὥρας, εἰάν ὑποθέσωμεν ὅτι θέλει κάμνει
τὸν αὐτὸν δρόμον εἰς ἐκάστην ὥραν;

Παιδίον λεῖπον ἀπὸ τὸ σχολεῖον ἡμέρας τινὰς
ἐσυναπαντήθη μέ τινα τῶν συμμαθητῶν του, ὅσις
τὸ ἠρώτησε, πόσον καιρὸν λείπει ἀπὸ τὸ σχολεῖον·
τὸ παιδίον ἀπεκρίθη, 9 ἡμέρας ἤμην ἀσθενῆς, 7 ἐφύ-
λαττον τὰ πρόβατα, 4 ὥργονα, καὶ 10 ἐκαλλιερ-
γοῦσα τὸ περιβόλιόν μας. Πόσας ἡμέρας λοιπὸν
ἔλειπεν ἀπὸ τὸ σχολεῖον;

Ἄνθρωπός τις εἶχε 1 θυγατέρα καὶ 4 υἱοὺς, τῶν
οποίων τὰ ἔτη συναπτόμενα ἦσαν 46. Ὁ Νικόλαος
ὁ μεγαλύτερος, ἦτον 15 ἐτῶν, ὁ Θωμᾶς 10, ὁ
Παῦλος 7, ὁ Ἰωάννης 5. Πόσων ἐτῶν λοιπὸν ἦτον
ἡ θυγάτηρ; Γυνή τις ἔφερεν εἰς τὴν ἀγορὰν 56
αὐγὰ μέσα εἰς καλάθιον, διὰ πώλημα· ὅταν ἔφθα-
σεν, ἐπώλησεν 27 αὐγὰ, καὶ ἔλαβε δι' αὐτὰ 6 δε-
κάρια· μετ' ὀλίγην ὥραν ἐπώλησεν 10, καὶ ἔλαβε 4
δεκάρια· μετ' ὀλίγον ἐπώλησεν 9, καὶ ἔλαβε 3 δε-
κάρια, τὰ δὲ λοιπὰ ἔφερεν εἰς τὴν οἰκίαν της. Μὲ
πόσα αὐγὰ ἐπέσρεψε, καὶ πόσα δεκάρια ἔλαβε διὰ
τὰ πωληθέντα;

Εἰς διωρισμένας ὥρας σχολείου τινὸς ἡ πρώτη
τάξις, συνισταμένη ἀπὸ 15 παιδιά, ἀνεγίνωσκεν· ἡ
δευτέρα, συνισταμένη ἀπὸ 10, ἐσυλλάβιζεν· ἡ τρίτη
ἀπὸ 9, ἔγραφεν· ἡ τετάρτη ἀπὸ 10, ἀριθμοῦσε, καὶ

8 παιδιά ἐμάθαναν τὸ ἀλφάβητον. Πόσα λοιπὸν
παιδιά περιεῖχε τὸ σχολεῖον;

Τὸ παιδίον ἀφοῦ ἀποκτήσῃ ἐντελῇ γνῶσιν τῶν
προηγηθέντων γυμνασμάτων πρέπει ἀκόμη νὰ γυμ-
νασθῇ εἰς τὴν πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν ἀριθμῶν
μέχρι τῶν 10 προσθέτον ἢ ἀφαιροῦν ἀριθμοὺς μὴ
ὑπερβαίνοντας τὸν 100, ἕως οὗ νὰ ἡμπορῇ νὰ ἀποκ-
ρίνεται ἀμέσως καὶ ὀρθῶς εἰς πᾶσαν ἐρώτησιν. Ἡ
δὲ γύμνασις αὕτη δύναται νὰ γείνη κατὰ τρεῖς δια-
φόρους τρόπους.

Α'. Διὰ τῆς χρήσεως τοῦ σφαιρικοῦ πίνακος, τὸν
ὁποῖον πρέπει νὰ ἐξακολουθῇ ὁ διδάσκαλος, ἕως οὗ
ὁ μαθητὴς φαίνεται ὅτι ἔχει χρεῖαν αὐτοῦ.

Β'. Ὅπου ὁ σφαιρικὸς πίναξ παύει, ἀλλ' ὁ μαθη-
τὴς ἀκόμη μεταχειρίζεται τὸ ὄνομα τῶν ὀρατῶν
ἀντικειμένων ἐνωμένων μὲ ἀριθμοὺς, ὡς 6 σφαιρίδια
καὶ 6 σφαιρ. κάμνουν 12 σφαιρίδια.

Γ'. Ὅπου ὁ διδάσκαλος παρατηρῶν ὅτι τὸ παι-
δίον ἔχει καθαρὰν ἰδέαν τῶν ἀριθμῶν, προβαίνει εἰς
τὸ νὰ προβάλλῃ ἐρωτήσεις κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον,
(μὴν ὀνομάζων τὸ ἀντικείμενον) δηλ. 3 καὶ 3 εἶναι
6 κτλ.

Εἶναι φανερὸν ὅτι αἱ ἐρωτήσεις ἐφαρμοζόμεναι
εἰς τὰ προλαβόντα γυμνάσματα, δύνανται νὰ
ἀλλαχθῶσι τόσον, ὅσον ἤθελεν εἶσθαι ἀρκετὸν πρὸς
ἐπιτυχίαν τῶν διαφορῶν τούτων σκοπῶν, καὶ ἕκαστος

νοήμων διδάσκαλος δὲν θέλει ἀπαντήσῃ δυσκολίας εἰς τὸ νὰ κάμῃ διαφόρους ἐρωτήσεις ἀπὸ τὰς αὐτὰς σήλας τῶν δοθέντων γυμνασμάτων. Τοις τοτρόπως ἐὰν θέλῃ νὰ ἐκθέσῃ ὅτι 76 σφαιρίδια καὶ 7 σφ. εἶναι 83 σφαιρίδια.

Κατὰ τοὺς πρώτους 2 τύπους ὁ διδάσκαλος ἐρωτᾷ.

Πόσα εἶναι 76 σφαιρ. καὶ 7 σφαιρίδια;

Καὶ ἀφίνων τὸ ὄνομα τοῦ ἀντικειμένου ἐρωτᾷ κατὰ τὸν τρίτον τύπον. Πόσα εἶναι 76 καὶ 7;

Ἀφοῦ ἀποκτήσῃ ἅπαξ ὁ μαθητὴς ἐντελῶς τὴν γνῶσιν τῶν προλαβόντων γυμνασμάτων, πρέπει νὰ μάθῃ διὰ τοῦ σφαιρικοῦ πίνακος π. χ. τοὺς χαρακτῆρας οἵτινες παρασαίνουσι τοὺς ἀριθμοὺς τοὺς ὁποῖους ἤδη καλῶς γνωρίζει.

Ὁ διδάσκαλος σύρων ἐν σφαιρίδιον πρέπει νὰ γράψῃ εἰς χάρτην ἢ πίνακα τὸν χαρακτῆρα 1, ὅστις παρασταίνει τὸ ἐν σφαιρίδιον. Ἀφοῦ δὲ σύρῃ καὶ τὸ δεύτερον σφαιρίδιον, τὸν διδάσκει ὅτι ὁ χαρακτῆρ 2 παρασταίνει τοῦτον τὸν ἀριθμόν· καὶ οὕτω καθεξῆς, προσαρμόζων τοὺς χαρακτῆρας εἰς τὸν ἀριθμόν τῶν σφαιριδίων, διὰ τῶν ὁποίων παρασταίνονται εἰς ἐκάστην σειρὰν ὡς ἀκολουθῶς.

πρέπει νὰ διδαχθῇ ὅτι εἶναι ἀνάγκη νὰ βαλθῇ ἐν
 σρογγύλον σχῆμα (0), τὸ ὁποῖον σημαίνει
 “μηδέν,” καὶ εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ (1) τὸ
 ὁποῖον σημαίνει “δέκα” καὶ τοιουτοτρόπως 10
 εἶναι ἀντὶ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Ὁ διδάσκαλος ἀκολουθῶς βάλλει 10 σφαιρίδια
 εἰς τὴν πρώτην σειρὰν, καὶ 1 εἰς τὴν δευτέραν, καὶ ὁ
 μαθητὴς πρέπει νὰ ὀδηγηθῇ εἰς τὸ νὰ παρατηρήσῃ
 καὶ νὰ εἴπῃ ὅτι “ἔδῳ εἶναι 11 σφαιρίδια.” Ἐπειτα
 ἐρωτᾶται.

Δ. Πόσαι δεκάδες εἶναι ἐδῶ;

Μ. Μία 1 δεκάς.

Δ. Διὰ τοῦτο τὸ 1 βάλλεται εἰς τὴν στήλην τῶν
 δεκάδων.

Δ. Καὶ τί περισσότερο εἶναι ἐδῶ;

Μ. 1 σφαιρίδιον περισσότερο.

Δ. Διὰ τοῦτο τὸ 1 βάλλεται εἰς τὴν στήλην τῶν
 μονάδων.

11 εἶναι ἀντὶ τῶν $\left\{ \begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{array} \right.$

Τοιουτοτρόπως ὁ διδάσκαλος προβαίνει ἕως οὗ
 νὰ δύναται ὁ μαθητὴς νὰ παρασαίνει πάντα ἀριθμὸν
 μέχρι τῶν 99.

Ὁ μαθητὴς πρέπει νὰ ἔμαθεν ἤδη ἀπὸ τὸ περὶ τῶν χαρακτήρων μάθημα νὰ γράφῃ τοὺς χαρακτῆρας μόνος του εἰς ἀβάκιον. Ἐὰν δὲ ἀκόμη δὲν ἐγυμνάσθῃ εἰς τοῦτο, καθὼς συμβαίνει εἰς μικρὰ παιδάρια, πρέπει νὰ δοθῶσιν εἰς αὐτὸν πίνακες ἀριθμητικοὶ, καὶ εἰς αὐτοὺς νὰ γυμνασθῇ νὰ γράφῃ 47, 64, 57, 83, 26 κτλ.

Ἐν ἄλλο ἐπωφελὲς γύμνασμα θέλει εἶσθαι νὰ δίδωνται τινὲς ἀριθμοὶ ἐπὶ τῶν πινάκων καὶ ἔπειτα νὰ ἐρωτᾶται, πόσον ἤθελεν εἶσθαι τὸ ἄθροισμα αὐτῶν ἂν ἐσυνάπτοντο; Τοιουτοτρόπως ὁ μαθητὴς θέλει ἀρχίσει νὰ μεταχειρίζεται ἀνεξαρτήτως τὰς εἰς τὸ ἀριθμεῖν δυνάμεις του, καὶ τοῦτο θέλει εὐκόλυνει πραγματικῶς τὴν εἰς τὰ παραιτέρω πρόοδόν τε.

Ἀξιὸν φροντίδος εἶναι νὰ γυμνάζεται ὁ μαθητὴς εἰς ἕκαστον τῶν προηγηθέντων βημάτων, νοερῶς ἐπίσης καὶ ἐγγράφως, καὶ νὰ δίδωνται εἰς αὐτὸν μικραὶ ποσότητες εἰς πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν, ὥστε νὰ ἐνασχολῇται ἀναλόγως τῷ βαθμοῦ εἰς τὸν ὁποῖον προώδευσεν.

Ἡ ἀφαίρεσις τῶν μικροτέρων ἀριθμῶν ἀπὸ τοὺς μεγαλητέρους παραδειγματίζεται τοιουτοτρόπως.

Ὁ διδάσκαλος ὀδηγεῖ τὸν μαθητὴν του νὰ κατατάξῃ 53 μονάδας, ἔπειτα ὑποκάτω νὰ γράψῃ 27, καὶ ν' ἀφαιρέσῃ τὸν ἕνα ἀριθμὸν ἀπὸ τὸν ἄλλον· εἰς τοῦτο δὲ προβαίνει τοιουτοτρόπως.

Δὲν ἐμπορῶ νὰ ἀφαιρέσω 7 μονάδας ἀπὸ 3 μονάδας, καὶ διὰ τοῦτο πρέπει νὰ δανεισθῶ μίαν δεκάδα ἀπὸ τὰς 5 δεκάδας, καὶ προσθέτων αὐτὴν εἰς τὰς 3 μονάδας, θέλω ἔχει 13 μονάδας. Ἄν λοιπὸν ἐπάρω 7 μονάδας ἀπὸ 13 μονάδας, θέλουν μὲ μείνειν 6 μονάδες, τὰς ὁποίας τάττω εἰς τὸν τόπον τῶν μονάδων· καὶ ἐπειδὴ ἐδανείσθην 1 δεκάδα ἀπὸ τὰς 5 δεκάδας τοῦ μεγαλητέρου ἀριθμοῦ, ἔχω μόνον 4 δεκάδας, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἀφοῦ ἀφαιρέσω 2 δεκάδας, θέλουν μὲ μείνειν ἄλλαι 2 δεκάδες, καὶ αὗται ὁμοῦ μὲ τὰς 6 μονάδας κάμνουν 26 μονάδας τὸ κατάλοιπον τῶν 53 μονάδων, ἀφοῦ ἀφαιρεθῶσιν αἱ 27 μονάδες.

Ἄλλ' ἐνταῦθα ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ σαφηνίσῃ εἰς τὸν μαθητὴν, ὅτι διὰ τὸν σκοπὸν τοῦτον εἶναι εὐκολώτερον νὰ προσεθῇ 1 εἰς τὸν ἀφαιρετέον ἀριθμὸν παρὰ νὰ ἐνθυμῇται, ὅτι ὁ ἀφαιρεθεὶς ἀριθμὸς ἔχασεν 1· διὰ νὰ βάλλῃ εἰς πρᾶξιν τοῦτο προβαίνει τοιοῦτοτρόπως.

Δὲν δύναμαι ν' ἀφαιρέσω 7 ἀπὸ τὰ 3, ἀλλὰ 7 ἀπὸ 13, καὶ μένουν 6, τὰ ὁποῖα τάττω εἰς τὸν τόπον τῶν μονάδων, καὶ μεταφέρω μίαν δεκάδα εἰς τὰς δεκάδας, ἥτις προσθετομένη εἰς τὰς 2 δεκ. κάμνει 3 δεκ. Ἀφαίρεσε 3 δεκ. ἀπὸ 5 δεκάδ. καὶ μένεν 2 δεκ. καὶ τὸ ὅλον εἶναι 2 δεκάδες καὶ 6 μονάδες τὸ κατάλοιπον τῆς ἀφαιρέσεως τῶν 27 ἀπὸ τὰ 53.

Ἡ καθαρὰ ἐννόησις τῶν προπαρασκευαστικῶν τούτων βημάτων θέλει εὐκολύνει τὴν εἰς τοὺς μεγάλτερος ἀριθμοὺς γύμνασιν, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ ἐπαναλαμβάνωνται διὰ συχνῶν παραδειγμάτων, ἕως νὰ λάβωσι τὰ παιδία ἐντελεσάτην ἔξιν εἰς αὐτά.

Ὁ μαθητὴς ἕως τώρα ἐμάνθανεν ἀριθμοὺς μὴν ὑπερβαίνοντας τὰ 100, καὶ χαρακτῆρας κατωτέρους τῶν 99.

Εἶναι ὅμως καλῶς γυμνασμένος εἰς τὸ νὰ προσθέτῃ δύο ἀριθμοὺς οἵποιους δήποτε, κατωτέρους τῶν 100, καὶ νὰ ἀφαιρῇ οἷον δήποτε ἀριθμὸν ἀπὸ οἷον δήποτε μεγαλύτερον, μέχρι τῶν 100.

Τώρα δὲ ἐμπορεῖ νὰ ὀδηγηθῇ εἰς πρόσθεσιν δεκάδων καὶ οὕτω νὰ λάβῃ ὀρθὴν ἰδέαν τῆς μεγάλης διαστήματος, τὸ οἷον κατέχουν ἀριθμοὶ κατώτεροι τῶν 1000, καὶ τὸ οἷον τῶν δὲν εἶναι εἰμὴ 10 τμήματα ὅμοια μὲ τὰ τῆς μιᾶς ἑκατοντάδος εἰς 10 δεκάδας. Βέβαια εὐθὺς ἀφοῦ δυνηθῇ νὰ συλλάβῃ ὀρθὴν ἰδέαν τῶν δεκάδων εἰς διαφόρους ἀριθμοὺς κατωτέρους τῶν 1000, ὅλη ἡ δυσκολία ἐξωμαλίσθη· διότι ὅσον εὐκόλον εἶναι νὰ προσθέσῃ ὁ μαθητὴς 47 δεκάδας εἰς 57 δεκάδας, ἢ 47 σφαιρίδια εἰς 57 σφαιρίδια, τόσον εὐκόλον εἶναι καὶ νὰ προσθέσῃ 470 εἰς 570.

Ὁ τρόπος τῆς πράξεως ταύτης εἶναι σχεδὸν ὁ αὐτὸς μ' ἐκεῖνον τὸν οἷον ἠκολουθήσαμεν.

Ἀφοῦ ἀσύναψε δεκάδας, ἕως οὔ ἔφθασεν εἰς δέ-

κα δεκάδας, τὸ ὁποῖον ἔμαθεν ἤδη ὅτι δίδει ἑκατὸν, τῶρα μανθάνει, ὅτι δέκα δεκάδες καὶ μία δεκάς κάμνουν 11 δεκάδας, καὶ ὅτι ἑνδεκα δεκάδες εἶναι ἑκατὸν καὶ δέκα· ἑνδεκα δεκάδες καὶ μία δεκάς κάμνουν 12 δεκάδας, καὶ 12 δεκάδες κάμνουν μίαν ἑκατοντάδα καὶ 2 δεκάδας, ἢ 100 καὶ 20. Τοιουτοτρόπως προχωρεῖ προσθέτων δεκάδας, ἕως νὰ λάβῃ ὅπως οὖν καθαρὰν ἰδέαν τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ ἑνὸς ἕως χίλια. Προχωρῶν εἰς ταύτην τὴν γύμνασιν ὁ διδάσκαλος θέλει εὐρεῖ εὐλόγον χάριν εὐκολίας νὰ ἀντικαταστήσῃ ἀντὶ τοῦ πρώτου ἀριθμομέτρου ἑνὸν ἄλλο περιέχον 100 κύβους ἀντὶ 100 σφαιριδίων· μία πλευρὰ ἑκάστου κύβου πρέπει νὰ ᾔναι ἀγραφος, ἄλλη διηρημένη εἰς 10 μέρη διὰ καθέτων· ἄλλη πάλιν διηρημένη ἐπίσης διὰ καθέτων καὶ ὀριζοντείων γραμμῶν εἰς 100 μέρη· ἐπὶ δὲ τῆς τετάρτης νὰ ᾔναι ἐγχααραγμένον τὸ γράμμα Χ. σημᾶνον χίλια. Ἡ χρῆσις τῆς διατάξεως ταύτης εἶναι φανερά. Ὅταν μία σειρὰ τοῦ ἀριθμομέτρου γεμισθῇ, ἐμπορεῖ νὰ παρασφαίνεται εἰς τὸν πίνακα τῶν κύβων δι' ἑνὸς κύβου, ὅστις παρουσιάζει ἐπιφάνειαν διηρημένην εἰς 10 μέρη, καὶ 10 ἐκ τῶν κύβων τῶν παρουσιαζόντων τοιαύτην ἐπιφάνειαν παρασφαίνουν ὅλον τὸν πίνακα, ἀπαράλλακτα καθὼς καὶ ἕνας κύβος παρουσιάζων τὴν ἐπιφάνειάν του διηρημένην εἰς 100 μέρη.

Ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ ἔχῃ κατὰ νοῦν ὅτι τὸ

σκοπούμενον τοῦ γυμνάσματος τούτου εἶναι τὸ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ παιδίον διακεκριμένην ἰδέαν περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δεκάδων, ὅταν τοῦ δοθῇ ὅποῖος δήποτε ἀριθμός· π. χ. τὸ νὰ εἴπῃ, πόσαι δεκάδες περιέχονται εἰς τὰ 320. Ποῖον ἀριθμὸν κάμνουν αἱ 33 δεκάδες κτλ. κτλ. Ὁ μαθητὴς πιθανῶς θέλει λογαριάσει, ὅτι 320 καὶ 10 κάμνουν 330. Καὶ ἐὰν μὲν ἐμπορῇ ἀμέσως ν' ἀποκριθῇ οὕτω, τοῦτο εἶναι τὸ καλῆτερον· ἐνδέχεται δὲ νὰ ᾔῃναι τοιαύτη ἢ ἀπόκρισις του· πρέπει ὅμως νὰ ἐρωτᾶται συχνὰ, Πῶς ἐμπορεῖς νὰ τὸ ἀποδείξῃς;

Διότι 32 δεκάδες καὶ 1 δεκάς εἶναι 33 δεκάδες, καὶ 33 δεκ. εἶναι 330. Διὰ τί; Διότι 30 δεκάδες εἶναι 300 καὶ $300 + 3$ δεκάδες εἶναι 330· ἴσως δὲν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ γίνεται πάντοτε τοιαύτη ἀπόδειξις· πρέπει ὅμως νὰ ἐπαναλαμβάνεται ἕως οὔ ν' ἀποδειχθῇ, ὅτι τὸ παιδίον ἐννοεῖ τὸν τρόπον, κατὰ τὸν ὅποῖον γίνεται τοῦτο.

Πρέπει τώρα νὰ διδαχθῇ νὰ παρασαίνειν ἑκατοντάδας διὰ χαρακτήρων βαλλομένων εἰς ἄλλην σήλην πρὸς ἀρισερὰν τῶν σηλῶν. Καὶ ὅταν φθάσῃ εἰς μίαν χιλιάδα, πρέπει νὰ προσεθῇ ἄλλη πρὸς ἀρισερὰν τούτων τῶν τριῶν, διὰ τὰς χιλιάδας.

Ὅλοι ἐν γένει συσαίνουσι τὸ νὰ εἰσαχθῇ σύγκαιρα ἢ χρῆσις τῶν ἀριθμητικῶν συμβόλων, καὶ τὰ τρία πρῶτα ἐμποροῦν νὰ ἐρμηνευθῶσιν εἰς τὸν μαθη-

τὴν· αὐτὰ ἐξηγοῦνται τοιουτοτρόπως ἀπὸ νεώτερόν τινα ἀριθμητικόν.

Τὸ σημεῖον $+$ βαλλόμενον μεταξὺ 2 ἀριθμῶν, συμείνει ὅτι οἱ δύο ἀριθμοὶ πρέπει νὰ προσεθῶσι.

Τὸ σημεῖον $-$ βαλλόμενον μεταξὺ δύο ἀριθμῶν δείχνει ὅτι ὁ ἔσχατος πρέπει νὰ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὸν πρῶτον.

Τὰ σχήματα ταῦτα τεχνικῶς ὀνομάζονται τὸ μὲν πλέον τὸ δὲ ἔλαττον. Τοιουτοτρόπως $23 + 5$ (ἀνάγνωσε 23 πλέον 5) σημαίνει τὸ ἄθροισμα τῶν 23 καὶ 5· καὶ $23 - 5$ (ἀνάγνωσε 23 ἔλαττον 5) σημαίνει τὸ κατάλοιπον τὸ ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως τῶν 5 ἀπὸ τὰ 23.

Τὸ σημεῖον $=$ βαλλόμενον μεταξὺ 2 ἀριθμῶν σημαίνει ἰσότητα ἀριθμοῦ τῆς πρὸς ἀριστερὰν τοῦ σημείου ποσότητος μὲ τὴν εἰς τὰ διξιά.

Τοιουτοτρόπως $23 + 5 = 28$ · $23 - 5 = 18$, εἶναι ἰσότητες φανερόνουςαι, ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν 23 καὶ 5 εἶναι 28· καὶ ὅτι ἡ διαφορά μεταξὺ 23 καὶ 5 εἶναι ἴση μὲ 18.

Μέχρι τῆδε ὁ μαθητὴς ἐγυμνάσθη μόνον νὰ προσθέτῃ 2 ἀριθμοὺς ἢ σειρὰς ἀριθμῶν, συνισταμένων ἀπὸ μονάδας, δεκάδας καὶ ἑκατοντάδας μέχρι τῆς μιᾶς χιλιάδος. Τώρα πρέπει νὰ διδαχθῇ ὅτι καὶ ἄλλη τρίτη σειρὰ ἐμπορεῖ νὰ προσεθῇ μὲ τὴν αὐτὴν εὐκολίαν, ἀφοῦ οἱ χαρακτῆρες βαλθῶσι κατὰ τάξιν,

αἱ μονάδες ὑπὸ τὰς μονάδας, αἱ δεκάδες ὑπὸ τὰς δεκάδας κτλ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐμπορεῖ νὰ προσεθῇ βαθμηδὸν καὶ τετάρτη καὶ πέμπτη, καὶ ἕκτη σειρά· ἀρκεῖ μόνον νὰ ἐνθυμούμεθα ὅτι πᾶσα σειρά δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνει τὰ χίλια.

Εἶναι φανερόν ὅτι μία σταθερὰ καὶ βαθμηδὸν γενομένη πρόοδος τῶν προηγηθέντων μαθημάτων, θέλει κάμει τὸν μαθητὴν ἱκανὸν νὰ προσθέτῃ ἢ ν' ἀφαιρῇ ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν, τοῦ ὁποίου τὸ ἄθροισμα δὲν ὑπερβαίνει τὰ χίλια· καὶ ὅτι κάμνων τὰς ἐργασίας ταύτας, μαθαίνει νὰ ἀριθμῇ 4 θέσεις χαρακτήρων.

Συμβαίνειται σενώτατα εἰς τοὺς διδασκάλους τὸ νὰ παραιτήσωσι τὸν συνήθη τρόπον τοῦ ἀρχίζειν τὴν ἀρίθμησην, ὅστις τῷ ὄντι εἶναι σκοτεινὸς λαβύρινθος, ἕως οὔ ὁ μαθητὴς συλλάβῃ ἰδέαν τῶν ποσοτήτων, αἱ ὁποῖαι μέλλουν νὰ ἐκφρασθῶσι μὲ τὰς συνήθεις ὀνομασίας.

Εἰς τὰ προηγηθέντα γυμνάσματα ὁ μαθητὴς ὠδηγήθη βαθμηδὸν νὰ προσθέτῃ μονάδας, διὰ νὰ κάμῃ δεκάδας· καὶ διὰ τῆς προσθέσεως τῶν δεκάδων, νὰ κάμῃ ἑκατοντάδας, καὶ πάλιν διὰ τῆς προσθέσεως τούτων, νὰ κάμῃ χιλιάδας, καὶ τοιουτοτρόπως νὰ ἀνακαλύψῃ τὴν ἀνάγκην τοῦ νὰ ἐκφράζῃ σαφῶς τὰς ποσότητας ταύτας ἐπὶ τοῦ χάρτου. Ἦθελεν εἶσθαι εὐχῆς ἔργον ὥστε αἱ περαιτέρω εἰς τὴν ἀρίθμησην πρόοδοί του νὰ προπαρασκευασθῶσι διὰ προσ-

θέσεως ὁρατῶν ἀντικειμένων, τοῦλάχιστον μέχρι μιᾶς ἑκατοντάδος χιλιάδων, τὸ ὁποῖον εὐκόλως ἐμπορεῖ νὰ κατορθωθῇ διὰ μέσου τῶν κύβων. Τοιουτοτρόπως δύναται νὰ δειχθῇ ἡ τακτικὴ ἀνάβασις τῆς ἀριθμήσεως μέχρις ἑνὸς ἑκατομμυρίου.

Μετὰ τὸν ἑβδομον τόπον ἢ τὰ ἑκατομμύρια, ὁ τοιοῦτος τρόπος δὲν ἤθελεν εἶσθαι τόσον ἀναγκαῖος· αἱ περὶ τῶν πρώτων ἀριθμῶν καθαραὶ γνώσεις τοῦ μαθητοῦ θέλουν τὸν κάμει ἱκανὸν νὰ προοδεύῃ μὲ μόνας τὰς ὀνομασίας τῶν ἀριθμῶν (1) ἓν, (10) δέκα, (100) ἑκατὸν, (1000) χίλια, (10000) δέκα χιλιάδες, (100000) ἑκατὸν χιλιάδες, δέκα ἑκατοντάδες χιλιάδων ἢ 1 ἑκατομμύριον, προσθέτων ἑκάστην φοράν μιάν νέαν σήλην, ἕως νὰ φθάσῃ εἰς τὸν 13 τόπον, ὅπου ἀπαιτεῖται ἡ νέα ὀνομασία δισεκατομμύρια, ὅπου ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτὴ τάξις κτλ.

Τοιουτοτρόπως θέλει ἀποκτήσῃ καθαρὰν καὶ πρακτικὴν γνῶσιν τῶν τριῶν πρώτων πράξεων τῆς ἀριθμητικῆς, προσθέσεως, ἀφαιρέσεως καὶ ἀριθμήσεως ἀκεραίων ἀριθμῶν, καὶ τῆς εἰς τὴν χάρτην ἐκφράσεώς των διὰ μέσου τῶν χαρακτήρων. Τοῦτο δὲ θέλει τὸν προσπαρασκευάσει εἰς τὸ νὰ ἀρχίσῃ τὸν πρῶτον πίνακα τῶν μονάδων τοῦ Πεσταλότσου, εἰς τὸν ὁποῖον δύναται εὐκόλως ἐπίσης καὶ σαφῶς νὰ εἰσαχθῇ εἰς τοὺς ὑψηλοτέρους κανόνας τῆς πολυπλα-

σιασμοῦ, τῆς διαιρέσεως καὶ τῆς ἀναλογίας ὁλοκλήρων ἀριθμῶν.

Σημείωσε ὁμως, ὅτι εἰς τὸν πίνακα τῶν σφαιριδίων εἶναι ὠφέλιμον νὰ περιορισθῇ ὁ μαθητὴς εἰς τὴν πρόσθεσιν, ἀφαίρεσιν καὶ ἀρίθμησιν. Ὁ δὲ πολυπλασιασμός, ἐπειδὴ τῷ ὄντι δὲν ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἀριθμόμετρον, παρεκτὸς ἕως εἰς ἐκεῖνο τὸ μέρος τὸ ὁποῖον ἀνακαλύπτεται διὰ τῆς κατ' ἐπανάληψιν προσθέσεως τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ εἰς τὸν ἑαυτόν του, διὰ τοῦτο εἶναι εὐχῆς ἔργον νὰ ἀναβληθῇ μέχρι τῆς ἐνάρξεως τοῦ τῶν μονάδων πίνακος. Εἶναι πρὸς τούτοις ἀναγκαῖον νὰ περιορίσωρεν τὸν μαθητὴν εἰς ὁλοσχερεῖς ἀριθμοὺς, ἐπίσης καὶ εἰς τὸν πίνακα τῶν σφαιριδίων, ὡς καὶ εἰς τὸν πρῶτον πίνακα τῶν μονάδων, ἀποφεύγοντες τὸ νὰ εἰσάξωμεν τὴν χρῆσιν δύο ὀνομασιῶν, ὡς δραχμῶν καὶ λεπτῶν, πηχῶν καὶ δακτύλων, ἕως νὰ φθάσῃ εἰς τὸν πρῶτον πίνακα τῶν κλασμάτων, εἰς τὸν ὁποῖον ἡ ἰδέα μιᾶς μονάδος διηρημένης εἰς μέρη παρουσιάζεται εἰς τὸν μαθητὴν, καὶ θέλει εὐκόλως ἀνοίξῃ τὴν ὁδὸν πρὸς ἐφαρμογὴν τῶν κανόνων τούτων εἰς ὅλας τὰς διαφόρους εἰς κοινὴν χρῆσιν ὀνομασίας.



Didaskalia peri tu sphairiku pinakos ē arithmometru kata ton Pestlotsēs

Malta 1836

Paed.pr. 753

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10759541-2